



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Ciências

**Aplicação da Taxonomia SOLO na análise da  
qualidade da avaliação  
Validação do método analítico por aplicação aos exames  
nacionais de Matemática A entre 2006 e 2014  
VOLUME I**

**Verónica Carla de Almeida Santos Pereira**

Tese para obtenção do Grau de Doutor em  
**Didática da Matemática**  
(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor José Manuel Leonardo de Matos  
Co-orientador: Prof. Doutor César Silva

Covilhã, Abril de 2019



*Ao meu marido, Rui Simões, aos meus filhos, Miguel e Maria, que são a minha luz,*

*À minha mãe Sómnia Pereira, que me ensinou a lutar,*

*Ao meu irmão Carlos, pela sua paz,*

*A minha avó Rosa, pelo exemplo de vida, trabalho e beleza,*

*Em especial ao meu PAI Carlos Pereira, meu guia, QUE NUNCA ME DEIXOU DESISTIR.*



## **Agradecimentos**

Os meus agradecimentos são dirigidos a todas as pessoas que, de uma forma direta ou indireta, contribuíram para a realização desta tese de doutoramento.

Em particular, agradeço:

Ao Professor Doutor José Manuel Matos, pela disponibilidade e amabilidade que sempre me dedicou, quer presencialmente quer através dos contactos telefónicos, pela constante orientação, apresentando sugestões e indicando os caminhos a seguir ao longo deste trabalho.

Ao Professor Doutor Manuel Saraiva pela prontidão e simpatia e pelas suas palavras de incentivo.

Ao Professor Doutor César Silva, pela coorientação na elaboração desta tese.

À Colega e Amiga Camila Figueiredo por me ajudar em diversos momentos durante o percurso da construção desta tese.

À Colega e Amiga Maria João pela paciência, dedicação e ajuda ao longo deste trabalho.

Ao meu marido Rui Simões pelo estímulo, pelo apoio familiar e emocional e pela ajuda fundamental na revisão final do texto desta tese.

À minha mãe Sómnia Pereira que nunca me deixou desistir e sempre me apoiou.



## Resumo

**Palavras-chave:** Avaliação, Categorizar, Questões, Exames, Taxonomia, SOLO.

JEAN PIAGET defendia que *“a capacidade cognitiva humana nasce e desenvolve-se, não vem pronta.”* Temos hoje consciência de que o ser humano evolui em consequência da sua interação sensorial com o mundo, construindo a sua intrincada relação de ações condicionadas pela perceção do que o rodeia e pela sua capacidade de criar e relacionar com o que apreende.

O conhecimento resulta, assim, de um processo de aprendizagem complexo, variável de indivíduo para indivíduo, mas que pode ser compreendido, sistematizado e definido. BIGGS e COLLIS, partindo dos pressupostos gerais enunciados por PIAGET, elaboraram uma teoria, denominada Taxonomia SOLO, que nos fornece parâmetros para analisar e classificar os conteúdos de um processo de aprendizagem, através da descrição dos processos envolvidos na dialética pergunta/resposta, numa escala de dificuldade ou complexidade. A dialética pergunta/resposta é, na sua génese, a ferramenta essencial de um momento determinante do processo de ensino – a Avaliação.

O nosso trabalho assenta essencialmente numa análise do processo de Avaliação, tendo por base o conjunto de provas de avaliação da disciplina de matemática num contexto determinado e num período de tempo concretamente definido, através da análise e classificação de questões sobre os diversos conteúdos avaliados. A investigação incidiu sobre os exames nacionais de Matemática do 12º ano de escolaridade, em ambas as fases de exame, entre 2006 e 2014. Como metodologia, seguimos os pressupostos da Taxonomia SOLO propostos por BIGGS e COLLIS, no modelo de categorização desenvolvido e adaptado por MÁRIO CEIA, a partir do qual seguimos uma matriz de classificação das questões que entendemos ajustada ao objeto da análise e fiel aos pressupostos de base. O nosso trabalho fornece uma análise exaustiva de um momento do processo de ensino enquanto processo de validação da metodologia proposta. Conscientemente, não aborda outras perspetivas fundamentais para uma análise global da qualidade de ensino e que não cabem no âmbito desta tese. Ainda assim, pelos resultados obtidos, podemos enunciar algumas propostas conclusivas quanto às evidências que resultam do estudo e que desde já se antecipam – o ensino da matemática é generalizante, o grau de exigência é cada vez maior e as médias finais na avaliação da disciplina tendiam para mais negativas.

## **Abstract**

**Keywords:** *Evaluation, Categorize, Questions, Exams, Taxonomy, SOLO.*

*JEAN PIAGET argued that "human cognitive ability borns and develops, does not appear ready." We are now aware that the human being evolves, as a consequence of his sensorial interaction with the world, building his intricate relation of actions conditioned by the perception of his surroundings and by his capacity to create and relate to what he perceives.*

*So, knowledge results from a complex learning process, variable from individual to individual, but which can be understood, systematized and defined.*

*BIGGS and COLLIS, based on the general assumptions enunciated by PIAGET, elaborated a theory, called Taxonomy SOLO, that provides us with parameters to analyse and classify the contents of a learning process, through the description of the processes involved in the question / answer dialectic, on a scale of difficulty or complexity.*

*The question / answer dialectic is, in its genesis, the essential tool of a determinant moment of the teaching process - the Evaluation. Our work is essentially based on the analysis of the Evaluation process, based on the set of evaluation tests of mathematics in a given context and in a defined period of time, through the analysis and classification of questions about the various contents evaluated. The research focused on the national examinations of Mathematics of the 12th grade, in both phases of examination, between 2006 and 2014. As methodology, we follow the assumptions of the Taxonomy SOLO proposed by BIGGS and COLLIS, in the categorization model developed and adapted by MÁRIO CEIA, from which we followed a classification matrix of the questions that we consider adjusted to the object of the analysis and faithful to the basic assumptions.*

*Our work provides an exhaustive analysis of a moment in the teaching process, as a validation process of the proposed methodology. Consciously, it does not address other fundamental perspectives for a comprehensive analysis of teaching quality as it does not fall within the scope of this thesis. Still, from the results obtained, we can state some conclusive proposals regarding the evidences that result from the study and that we can anticipate - the teaching of mathematics is generalizing, the degree of exigency is increasing and the final averages in the evaluation of the discipline tended to be more negative.*



## Índice

### VOLUME I

Resumo/Abstract	VII
1 Introdução	1
1.1 Objetivos do estudo	5
2 A importância da Matemática	7
3 A avaliação	15
3.1 Os exames	25
4 A Taxonomia SOLO	29
5 Metodologia	39
5.1 Primeira Fase	42
5.2 Segunda Fase	42
5.3 Terceira Fase	43
5.4 Quarta Fase	43
5.5 Quinta Fase – Índice SOLO	44
5.6 Validação	45
6 Análise e categorização SOLO de questões dos exames Nacionais de Matemática A	49
6.1 Objeto - Categorização SOLO	49
6.2 Operacionalização da Taxonomia	51
6.2.1 Exemplo 1 – Uni-estrutural	54
6.2.1.1 Critérios específicos de classificação	54
6.2.1.2 Proposta de resolução	54
6.2.1.3 Categorização da questão	54
6.2.2 Exemplo 2 – Multi-estrutural e Relacional	55
6.2.2.1 Critérios específicos de classificação	56
6.2.2.2 Proposta de resolução	56
6.2.2.3 Categorização da questão	57
6.2.2.4 Critérios específicos de classificação	58
6.2.2.5 Proposta de resolução	58
6.2.2.6 Categorização da questão	59
6.2.3 Exemplo 3 – Abstrato	60

6.2.3.1 Critérios específicos de classificação	60
6.2.3.2 Proposta de resolução	61
6.2.3.3 Categorização da questão	61
6.2.3.4 Critérios específicos de classificação	63
6.2.3.5 Proposta de resolução	63
6.2.3.6 Categorização da questão	64
7 Análise dos dados observados nos exames	67
7.1 Análise específica	67
7.1.1 Interpretação dos dados dos exames de 2006	67
7.1.2 Interpretação dos dados dos exames de 2007	72
7.1.3 Interpretação dos dados dos exames de 2008	79
7.1.4 Interpretação dos dados dos exames de 2009	88
7.1.5 Interpretação dos dados dos exames de 2010	97
7.1.6 Interpretação dos dados dos exames de 2011	106
7.1.7 Interpretação dos dados dos exames de 2012	115
7.1.8 Interpretação dos dados dos exames de 2013	123
7.1.9 Interpretação dos dados dos exames de 2014	132
7.2 Análise longitudinal	140
8 Conclusões	153
Bibliografia	157
Sites Consultados	161
VOLUME II	
Nota prévia	3
Anexo I	5
Anexo II	11

## Índice de Tabelas

Tabela	1	Descrição dos níveis na Taxonomia SOLO relacionando-os com os indicadores de resposta adaptado de Biggs e Collis (1982) e de Ceia (2002)	38
Tabela	2	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2006 – 1ª fase	68
Tabela	3	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2006 – 2ª fase	68
Tabela	4	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2007 – 1ª fase	72
Tabela	5	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2007 – 2ª fase	72
Tabela	6	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2008 – 1ª fase	79
Tabela	7	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2008 – 2ª fase	80
Tabela	8	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2009 – 1ª fase	88
Tabela	9	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2009 – 2ª fase	89
Tabela	10	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2010 – 1ª fase	97
Tabela	11	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2010 – 2ª fase	98
Tabela	12	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2011 – 1ª fase	106
Tabela	13	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2011 – 2ª fase	106
Tabela	14	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2012 – 1ª fase	115
Tabela	15	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2012 – 2ª fase	115
Tabela	16	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2013 – 1ª fase	123
Tabela	17	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2013 – 2ª fase	123
Tabela	18	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2014 – 1ª fase	132
Tabela	19	Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2014 – 2ª fase	132

## Índice de Gráficos

Gráfico 1	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2006 - 1ª e 2ª fase	69
Gráfico 2	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2006 - 1ª e 2ª fase	69
Gráfico 3	Comparativo de incidência por Temas - 2006 - 1ª e 2ª fase	70
Gráfico 4	Comparativo de valorização por Temas abordados – 2006 – 1ª e 2ª fase	71
Gráfico 5	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2007 - 1ª e 2ª fase	73
Gráfico 6	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2007 - 1ª e 2ª fase	74
Gráfico 7	Comparativo de incidência por Temas - 2007 - 1ª e 2ª fase	75
Gráfico 8	Valorização por Temas abordados – 2007 – 1ª fase	76
Gráfico 9	Valorização por Temas abordados – 2007 – 2ª fase	78
Gráfico 10	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2008 - 1ª e 2ª fase	81
Gráfico 11	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2008 - 1ª e 2ª fase	82
Gráfico 12	Comparativo de incidência por Temas - 2008 - 1ª e 2ª fase	83
Gráfico 13	Valorização por Temas abordados – 2008 – 1ª fase	84
Gráfico 14	Valorização por Temas abordados – 2008 – 2ª fase	86
Gráfico 15	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2009 - 1ª e 2ª fase	90
Gráfico 16	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2009 - 1ª e 2ª fase	91
Gráfico 17	Comparativo de incidência por Temas - 2009 - 1ª e 2ª fase	92
Gráfico 18	Valorização por Temas abordados – 2009 – 1ª fase	94
Gráfico 19	Valorização por Temas abordados – 2009 – 2ª fase	96
Gráfico 20	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2010 - 1ª e 2ª fase	99
Gráfico 21	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2010 - 1ª e 2ª fase	100
Gráfico 22	Comparativo de incidência por Temas – 2010 – 1ª e 2ª fase	101
Gráfico 23	Valorização por Temas abordados – 2010 – 1ª fase	103
Gráfico 24	Valorização por Temas abordados – 2010 – 2ª fase	105
Gráfico 25	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2011 - 1ª e 2ª fase	108
Gráfico 26	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2011 - 1ª e 2ª fase	109
Gráfico 27	Comparativo de incidência por Temas - 2011 - 1ª e 2ª fase	110

Gráfico 28	Valorização por Temas abordados – 2011 – 1ª fase	112
Gráfico 29	Valorização por Temas abordados – 2011 – 2ª fase	113
Gráfico 30	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2012 - 1ª e 2ª fase	117
Gráfico 31	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2012 - 1ª e 2ª fase	118
Gráfico 32	Comparativo de incidência por Temas - 2012 - 1ª e 2ª fase	119
Gráfico 33	Valorização por Temas abordados – 2012 – 1ª fase	120
Gráfico 34	Valorização por Temas abordados – 2012 – 2ª fase	122
Gráfico 35	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2013 - 1ª e 2ª fase	125
Gráfico 36	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2013 - 1ª e 2ª fase	126
Gráfico 37	Comparativo de incidência por Temas - 2013 - 1ª e 2ª fase	128
Gráfico 38	Valorização por Temas abordados – 2013 – 1ª fase	129
Gráfico 39	Valorização por Temas abordados – 2013 – 2ª fase	131
Gráfico 40	Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2014 - 1ª e 2ª fase	134
Gráfico 41	Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2014 - 1ª e 2ª fase	135
Gráfico 42	Comparativo de incidência por Temas - 2014 - 1ª e 2ª fase	136
Gráfico 43	Valorização por Temas abordados – 2014 – 1ª fase	137
Gráfico 44	Valorização por Temas abordados – 2014 – 2ª fase	139
Gráfico 45	Comportamento das categorias SOLO nos Exames durante o período de análise	141
Gráfico 46	Representatividade das categorias SOLO nos Exames durante o período de análise	143
Gráfico 47	Comportamento das categorias SOLO durante o período de análise e reta de regressão linear das categorias SOLO	144
Gráfico 48	Comportamento do Índice SOLO que varia no intervalo [0,20] durante o período de análise	146
Gráfico 49	Comportamento do Índice-SOLO [0,20] durante o período de análise	147
Gráfico 50	Média Nacional do Exame de Matemática A desde 2006 até 2014	148
Gráfico 51	Reta de regressão linear da Média dos Exames de Matemática A	148
Gráfico 52	Relacionamento das variáveis Índice-SOLO e Média Nacional	149
Gráfico 53	Comportamento dos Temas nos exames durante o período de análise	150
Gráfico 54	Representatividade dos Temas nos exames durante o período de análise	151
Gráfico 55	Variações dos Temas ao longo do período em análise dos exames nacionais de matemática A	152



## 1 Introdução

Neste trabalho propomo-nos iniciar o nosso caminho de compreensão da qualidade da avaliação no ensino da matemática por uma abordagem abrangente da disciplina enquanto imperativo da nossa vivência quotidiana e da nossa capacidade e vontade de entender o mundo.

O nosso trabalho pretende evidenciar os diferentes níveis de complexidade das provas de avaliação externa – exames nacionais portugueses do 12º ano de escolaridade da disciplina de Matemática A no período de 2006 a 2014 – que constituem um fator de conclusão do ensino secundário e de acesso e seleção para o ensino superior.

Partiremos de uma tentativa de perceber a dimensão da importância da matemática para a sociedade, com a certeza prévia de que tende para o infinito. A partir desse ponto, tenderemos para o concreto, para o ensino da matemática e para uma abordagem aos objetivos, métodos e resultados do ensino da matemática em Portugal.

O tema é abrangente e impossível de condensar numa única abordagem académica. Em cada passo que avançámos neste trabalho, tivemos a consciência do muito que já foi estudado, proposto e executado no âmbito do ensino da matemática e, em específico, quanto ao tema da avaliação no ensino da matemática. Se, por um lado, os trabalhos consultados tornaram o nosso trabalho mais rico e suportado, por outro lado tornou-nos conscientes da necessidade de “focar” um âmbito restrito de análise, de forma a conseguirmos retirar conclusões. Nadar em direção a um porto salvou-nos de soçobrar num mar imenso de informação.

Noutro aspeto, tendo em conta a metodologia que adotámos, percebemos também que só este foco nos permitiria alcançar propostas conclusivas estruturadas, sustentadas e sustentáveis. Propostas estas que, esperamos, possam ser generalizáveis e aplicáveis a âmbitos mais alargados ou a outros níveis do ensino da matemática.

A informação disponível, relativa ao ensino da matemática que tem vindo a ser meritariamente recolhida e trabalhada, de forma sistematizada, pelo Instituto de Avaliação Educativa, I.P. (IAVE) do Ministério da Educação, foi, para nós, como tem sido para a grande maioria dos que se dedicam à temática do Ensino, uma ferramenta imprescindível, ao ponto de reconhecermos que só depois de percebermos a qualidade e quantidade da informação disponível tivemos coragem de aceitar o desafio que nos foi proposto.

Dito isto, centrámos o nosso trabalho num âmbito restrito e num contexto temporal concreto e determinado, sempre com a preocupação de procurar respostas aplicáveis a um âmbito mais geral e abstrato.

Tendo por base a função da avaliação no contexto do ensino da matemática, partimos para uma análise comparativa da qualidade, exigência e critérios de um conjunto de provas de avaliação, no sentido de perceber as tendências que estão presentes em cada momento, e de que forma essa coerência, ou a falta dela, pode influenciar a avaliação individual e, em abstrato, o sucesso do ensino da matemática.

Durante o nosso percurso, que culmina com a apresentação desta tese, consultámos inúmeras publicações e fizemos um motivante trabalho de pesquisa. Mas muito do que concluímos resulta da nossa percepção diária, do debate com colegas, da troca de ideias com alunos, pais e Encarregados de Educação, o que nos ajudou a densificar este texto com uma componente de base menos teórica e mais vivencial. Deste debate e troca de ideias, concluímos que o foco e o objetivo são comuns a decisores, professores, alunos, pais e encarregados de educação – o sucesso no ensino da matemática. Percebemos, de igual forma, que parte importante do insucesso está intrinsecamente relacionada com o momento da avaliação no final do ensino secundário, nomeadamente nos exames nacionais da disciplina.

Tendo sempre presente que esse momento de avaliação representa o fim de uma etapa no percurso académico e uma condição de acesso à fase seguinte, percebemos que o tema não é despiciendo, nem pode arrastar-se durante décadas, sem intervenção profunda e incisiva. Para alcançar esta conclusão, basta-nos refletir sobre uma das conclusões do Relatório sobre o Estado da Educação (2014) no final do período de análise que elegemos para este trabalho:

Nas disciplinas do ensino secundário, o impacto das classificações de exame no cálculo da classificação final apresenta variações mais ou menos significativas consoante a disciplina analisada. Em 2014, Matemática A e Física e Química A são as disciplinas que registam percentagens mais elevadas de classificações finais inferiores a 10 valores, verificando-se que, na sequência da realização dos exames, 22,2% e 18,9% dos alunos respetivamente, não concluíram estas disciplinas. Ao contrário do que acontece no ensino básico, mais de metade dos alunos do secundário veem a sua classificação interna final diminuída em consequência da classificação obtida em exame. (Conselho Nacional de Educação, 2014, p. 212).



Esta é uma conclusão já medianamente aceite como comum no seio da sociedade, porque é geral e abstrata. Quando levada ao concreto, isto é, ao aluno que não consegue ou que desiste de terminar o 12º ano, ou que, por causa da classificação obtida neste exame perde a oportunidade de ingressar num curso que representa uma ambição de vida, esta mesma conclusão é brutal. Usamos um adjetivo expressivo, mas incapaz de refletir minimamente o misto de angústia, frustração e desespero que frequentemente leva ao abandono escolar.

O Conselho Nacional de Educação esboçou, logo nesse relatório, uma tentativa de perceber o problema, quando se pronunciou sobre influência que tem no resultado final de um exame a representatividade dos três grandes Temas de avaliação, a valorização real que cada um dos Temas assume na prova, e o grau de dificuldade dos Grupos de itens que, em cada edição da prova, visam avaliar desempenhos em cada um dos diferentes Temas. Logo soçobrou na intenção, porém, ao declarar que “destes resultados, tomados individualmente, não poderá ser inferida progressão ou regressão das aprendizagens temáticas dos alunos em Matemática” (Conselho Nacional de Educação, 2014, p. 202).

Percebe-se, assim, a falta de um exercício metodologicamente orientado, de base científica e analítica que permita reunir dados e conclusões sobre a influência daquelas variantes.

Durante a investigação que efetuámos para este trabalho, foram sendo cada vez mais claras e contundentes as evidências da necessidade de enveredar por este exercício. Quando analisámos o relatório *Exames nacionais de alunos na Europa: objetivos, organização e utilização dos resultados* (Eurydice, 2009) deparámo-nos com conclusões extraídas dos dados observados que nos confirmaram que os exames nacionais são cada vez mais determinantes para definir o percurso escolar dos alunos desde fases cada vez mais precoces em duas variáveis distintas – como condição de acesso à fase seguinte e como condicionante do “encaminhamento” do aluno quanto ao tipo de ensino e variante a prosseguir – situação que se verifica, desde logo, nos exames nacionais dos níveis CITE 1 e 2 em vários países da Europa.

Por outro lado, os exames nacionais são também determinantes no domínio das políticas educativas nacionais, normalmente tomadas em resposta aos resultados dos exames. Ora, entendemos que as políticas de ensino não podem ser reativas e conjunturais, nem, tão-pouco, limitar-se a seguir os modelos de congéneres europeus sem uma reflexão crítica e necessariamente introspetiva da específica realidade nacional.

Os dados disponíveis demonstram que pouco se evoluiu no período analisado, em termos de resultados práticos. Em termos macro, através da observação do indicador de

probabilidade média de conclusão em tempo normal (Conselho Nacional de Educação, 2007) que estima a probabilidade média de cada aluno chegar ao fim do ciclo ao cabo do tempo de duração normal deste, podemos ter uma imagem sobre a eficiência global do sistema, em termos de probabilidade de a sua população concluir as sucessivas fases do percurso escolar sem atrasos de, pelo menos um ano relativamente às durações normais. Ora, se de acordo com o mencionado relatório, este indicador oscilava entre os 26% e 27% (Conselho Nacional de Educação, 2007, p. 110) nos períodos letivos imediatamente anteriores ao que tomámos em consideração para este estudo (2006-2014), constatamos que, no final do período, isto é, em 2014 a percentagem de alunos que repetiram pelo menos um ano era superior de 30% (Conselho Nacional de Educação, 2015). Como consequência imediata, Portugal figurava igualmente entre os países da Europa com mais altos níveis de abandono precoce.

As políticas e opções de ensino não podem considerar-se de forma isolada, ao ritmo das alternâncias, sem avaliação dos seus efeitos práticos. As políticas e opções seguidas não podem ter como consequência períodos de maior ou menor retenção de alunos, porque a isso se opõe o mais elementar sentido de justiça. As opções devem priorizar a criação de oportunidades fundadas no mérito, mas também no direito ao desenvolvimento do indivíduo pelas suas características próprias, tantas vezes mais importantes que o domínio de conceitos avulsos.

Como bem refere o Conselho Nacional de Educação (2015, p. 22), nos mencionados Pareceres, “A cultura de avaliação das aprendizagens, mais orientada para a classificação e seriação [...] aprofundam o carácter sancionatório e penalizador da avaliação, ao invés de centrar o seu foco na deteção de dificuldades, com vista à determinação da intervenção adequada para colmatar as mesmas, reforçando as áreas menos fortes.”

Porque entendemos que uma mudança tem de ser precedida de dados e pressupostos fiáveis, que validem as opções a tomar, aceitámos o desafio de testar esta metodologia por aplicação a elementos concretos da realidade.

O trabalho que apresentamos não é um diagnóstico, nem deve ser entendido como tal. Como dissemos, esse trabalho de diagnóstico envolve a análise de várias perspetivas, sintomas, agentes e realidades muito mais abrangente do que a nossa análise. O nosso trabalho é apenas uma proposta de validação de uma ferramenta de análise da qualidade da avaliação, de acordo com um determinado critério analítico e com pressupostos que pretendemos também validar.

O diagnóstico, esperamos nós, far-se-á no futuro, pelos decisores e intervenientes na definição das políticas de ensino, a quem deixamos a nossa proposta de trabalho que, em

conjunto com outros métodos, poderá contribuir para obter uma radiografia completa do estado do ensino, em todas as suas componentes, variáveis e intervenientes.

O sucesso do ensino, em particular, da matemática, faz-se com o contributo de todos e de cada um de nós. Esperamos também nós, com este trabalho, humildemente contribuir para esse objetivo comum.

Iniciaremos o nosso trabalho com a definição de objetivos e da sua proposta metodológica. Faremos uma incursão sobre a importância que atribuímos à matemática nas diversas perspetivas do nosso quotidiano. O tema da avaliação e das suas nuances e perceções merecerá um capítulo autónomo, enquanto pressuposto da nossa análise. Terminaremos a enunciação teórica com uma abordagem à Taxonomia SOLO, que antecipa os capítulos de análise, por aplicação daquela Taxonomia, dos exames nacionais de Matemática A e dos dados observados nos exames. Terminaremos a nossa exposição com a enunciação de algumas conclusões tendo em consideração os objetivos inicialmente enunciados.

Por facilidade de exposição e consulta, optámos por dividir este trabalho em dois volumes. Este primeiro versa sobre a componente teórica, analítica e conclusiva. No segundo volume contabiliza dois anexos, o anexo I contém uma tabela com tópicos dos conteúdos programáticos contidos nos exames e o anexo II incluímos também pois é o nosso trabalho de base, através da análise, proposta de resolução e categorização SOLO de todos os exames nacionais de Matemática A realizados no nosso período de análise, visando permitir uma perceção mais direta e prática da metodologia proposta.

## **1.1 Objetivos do estudo**

O nosso trabalho procura refletir, para além do enquadramento teórico e analítico, uma visão concreta sobre o objeto da nossa análise.

Esta dissertação tem como objetivo a análise da complexidade matemática das questões dos exames portugueses de âmbito nacional entre 2006 e 2014.

Na nossa pesquisa, vamos seguir o modelo de caracterização de Ceia (2018), de forma a evidenciar os diferentes níveis de complexidade presentes em cada um dos exames nacionais, disponíveis na página do IAVE do Ministério da Educação. O modelo proposto parte da Taxonomia SOLO, proposta por Biggs e Collis (1992) que propõe um sistema de categorias para identificar patamares de formalização do pensamento. O modelo proposto considera a quantidade de conhecimentos envolvidos na resposta a cada item, a complexidade do raciocínio

exigido e o tipo de solução requerida. Com base nas respostas que demos a cada um dos itens, de acordo com os critérios de resposta definidos pelo IAVE, conjugando com as propostas de solução apresentadas pelas entidades sociais e profissionais relevantes, procurámos verificar a representação de cada uma das categorias SOLO presentes, bem como a representação dos diversos domínios temáticos que constam do programa da disciplina, de forma a permitir comparações e conclusões.

Assim, no nosso estudo procuraremos responder a uma série de questões que julgamos relevantes, dentro do objetivo geral de avaliação qualitativa dos exames portugueses de âmbito nacional de Matemática A, nomeadamente:

- Qual a variação da presença dos Temas curriculares ao longo do período de análise entre 2006 e 2014?
- Qual a variação da presença de cada nível SOLO nos exames portugueses de âmbito nacional entre 2006 e 2014?
- Qual a variação da complexidade matemática dos exames portugueses de âmbito nacional?

A resposta a estas questões suportará as nossas conclusões quanto à avaliação qualitativa dos exames nacionais.

## **2 A importância da matemática**

Deixámos explícito na nossa introdução, que procuraríamos fazer uma tentativa de perceber a dimensão da importância da matemática na sociedade. Concluimos também com a certeza prévia de que essa importância tende para o infinito.

O ensino da matemática tem diversas funções sociais. Influi em praticamente, senão em todos, os domínios do saber e é a base do desenvolvimento de economias sustentadas em cultura científica e tecnológica.

Os documentos curriculares da disciplina apontam o desenvolvimento do raciocínio matemático como um objetivo central do ensino da matemática, de forma a que possa ser convocado de modo consistente pelos alunos numa diversidade de contextos. Os acontecimentos do dia-a-dia fornecem-nos constantes pretextos para o desafio ao nosso raciocínio matemático.

A abrangência das aplicações da matemática e a imagem de conhecimento objetivo e científico que representa, elegeu a disciplina como um instrumento de seleção para numerosos cursos superiores. Em contrapartida, quando o instrumento de seleção esbarra com o insucesso, a disciplina acaba por ser considerada um obstáculo, prejudicando a imagem que deveria merecer junto da comunidade escolar.

Pese embora seja um lugar-comum que a matemática está em tudo na vida, dizem-nos a experiência e os resultados, que a mensagem não chega ao recetor, leia-se, ao aluno, na plenitude da sua carga.

Sendo este o ponto de partida para o sucesso do ensino da matemática - conseguir que o aluno perceba a sua importância – atrevemo-nos a considerar que estamos a perder a mesma batalha consecutivamente, ano após ano. E consideramo-lo por ser também um lugar-comum que o país é tendencialmente avesso à matemática e que a elevada taxa de insucesso na disciplina é aceitável e natural. Afirmar, perante um aluno que ingressa no confronto com o plano curricular de Matemática que a disciplina serve de base ao desenvolvimento de uma cultura científica e tecnológica e que é um instrumento fundamental para cientistas, engenheiros e técnicos é uma verdade incontornável, mas, na nossa opinião, uma abordagem perigosa.

Biggs e Collis (1982) demonstraram-nos que a evolução no entendimento pode ser explicada por diferentes fatores como a maturidade, disponibilidade na memória de trabalho, suporte social e confronto com um problema (Amantes & Borges, 2004).

Propor a matemática nestes termos nos primeiros confrontos com a disciplina é testar os limites da aceitação de um aluno com uma maturidade ainda pouco desenvolvida, com poucos hábitos de trabalho mental, ainda suportado no protecionismo familiar a quem é oferecido um problema para resolver. Dito por outras palavras, o problema proposto ao aluno, quando se opta por esta formulação é que decida, desde logo, se está disponível para aceitar o contratempo da Matemática A para seguir uma profissão de base científica.

Numa sociedade altamente tolerante ao insucesso na Matemática A, a escolha de um caminho mais fácil é aceitável e, muitas vezes até, promovida. Para um encarregado de educação, a alternativa de optar por uma carreira que não envolva a matemática é justificada e a desistência à partida é aceitável.

Por essa razão afirmámos que se trata de uma proposição perigosa, tendo em conta que a Matemática A se apresenta ao aluno numa fase em que a sua forma de pensar tende para a procura do mais confortável. E esta procura do conforto, em confronto com a incipiente ambição, é uma predisposição que continuará dominante até uma fase avançada da adolescência, onde a batalha da matemática já foi perdida em relação a muitos alunos.

Tendo em conta que a Matemática A é um instrumento de seleção para inúmeros cursos superiores, temos, pois que concluir que a forma como propomos a matemática aos nossos alunos tem sido um dos principais motivos do constante desperdício de capital humano que se perde para segundas e terceiras opções, com a consequente perda de motivação, ambição e, em última análise de produtividade e sucesso, enquanto ser social e enquanto indivíduo. Dito isto, que é pouco, por não ser este o foco do nosso trabalho, somos, pois, a considerar que a importância da matemática não está a ser transmitida em toda a sua dimensão e potencialidade.

Pese embora se apresentem como finalidades da disciplina de Matemática no ensino secundário a estruturação do pensamento e a aplicação da matemática ao mundo real (Ministério da Educação e Ciência, 2013), a disciplina de Matemática continua, na prática, a ser suportada como um meio para alcançar um fim ou, pior, como um obstáculo a transpor para alcançar um objetivo.

Sem pretender propor uma imagem utilitarista ou simples da matemática, somos da opinião que o ponto de partida se situa na mundividência e na utilidade, de forma a permitir que o indivíduo assuma de forma natural o pensamento e raciocínio matemático nas suas ações, operações e opções. Dito de outro modo, o modelo de proposta da matemática enquanto área do conhecimento tem de conseguir oferecer, à partida e em relação a cada grupo de alunos, uma forma de responder à típica questão, “Mas para que é que isto me serve?”. E a resposta não

pode apresentar a matemática como algo que tem de se suportar para passar à fase seguinte do processo académico.

A importância da matemática tem de ser induzida por estímulos e sucessos individuais que começam num plano muito precoce na capacidade para contar, fazer trocos, fazer trocas, comparar e dividir com os amigos ou, à medida que os interesses evoluem, a capacidade para perceber fenómenos como a aceleração de um automóvel, a geometria de um elemento decorativo, o ritmo de uma música, a coreografia de uma dança ou os conceitos inerentes (porque não?) ao fora-de-jogo num jogo de futebol.

A matemática é um instrumento imprescindível no desenvolvimento das competências de crianças e jovens e o estímulo para absorver o raciocínio matemático pode (deve) partir dos seus interesses. O desenvolvimento do raciocínio matemático tem que ser uma consequência da convocação da disciplina para responder aos interesses e necessidades despertados no aluno e não um mero ponto de partida em direção ao desconhecido.

O benefício social de uma cultura matemática de sentido prático e assimilável, não sendo matematicamente mensurável, será certamente sensível numa infinidade de situações mundanas que definem a nossa qualidade de vida, enquanto indivíduos e o nosso sucesso, enquanto sociedade organizada.

A título de exemplo, permitimo-nos elencar alguns benefícios da existência de uma cultura matemática que não são individuais, nem profissionais. Chamemos-lhe os benefícios sociais de uma cultura com matemática, por oposição a uma cultura de aversão à matemática.

Invoquemos, por exemplo, a sinistralidade rodoviária. Um indivíduo com uma cultura matemática minimamente presente tem uma perceção de distância, velocidade e espaço que, mesmo inconscientemente, consegue converter numa escala de perigo. Esta perceção matemática mundana contribui para que evite uma ultrapassagem mal calculada, antecipe distâncias de travagem ou faça uma correta análise do espaço disponível. Um conhecimento útil de premissas matemáticas básicas forma a consciência dos efeitos da aceleração e do impacto. Este tipo de conhecimento, quando aceite pelo indivíduo, permanece de forma inconsciente, mas convocável sempre que necessário. Em termos figurativos, dotar o indivíduo de consciência matemática é como ensinar o raciocínio a andar de bicicleta. Depois de compreendido, nunca esquecerá.

Noutro domínio, falemos, por exemplo, de democracia. Os sistemas políticos de base democrática sustentam-se numa ideia de legitimidade, expressa pelo número de votos. No entanto, a democracia parlamentar e, em geral, as democracias indiretas, têm por base um

sistema de representatividade que não é resultado direto do número expresso de votos. Conceitos como círculos eleitorais, Método de Hondt, taxas de abstenção, maiorias absolutas ou relativas são conceitos matemáticos adotados pela teoria política para atenuar distorções de representatividade ou assegurar a estabilidade política.

Um indivíduo com uma cultura matemática presente conseguirá perceber a diferença que um voto faz num círculo periférico, em relação a um voto no círculo da capital a ponto de entender os conceitos de representatividade inerentes ao sistema eleitoral, contribuindo, por via do entendimento, para a diminuição da abstenção e, conseqüentemente para a melhoria da democracia representativa. Uma sociedade matematicamente desperta percebe a razoabilidade e a necessidade das maiorias relativas o que, por consequência, tende a diminuir a conflitualidade social.

Também no domínio cultural e das artes, se percebe a necessidade de uma cultura matemática presente. A música, por exemplo, é um fenómeno de indução sensorial que tem por base conceitos matemáticos demonstráveis. A divisão no tempo, a que chamamos ritmo, ou a organização das notas numa pauta de forma ordenada e coerente, a que chamamos escalas e acordes partem de regras matemáticas formalizadas em linguagem sonora que os nossos sentidos captam e aceitam. Aos acordes que cumprem a regra, chamamos acordes sonantes. Aos que não cumprem a regra, chamamos dissonantes. Os nossos sentidos aceitam os primeiros e estranham os segundos. Da mesma forma, aceitamos um ritmo de acordo com a regra e estranhamos o descompasso. A teoria e a produção musical, seja ela clássica ou popular, assentam na convocação das regras e das exceções à regra para obter um efeito final. Não por acaso, a produção musical comercial segue padrões musicais coerentes. A indústria musical sabe quais são as regras a ser seguidas para que, num determinado contexto previamente avaliado, uma música “entre no ouvido”, isto é, seja sensorialmente aceite por um determinado grupo que integra um padrão. E para isso socorre-se de conceitos e padrões matemáticos sustentáveis.

Também no domínio das artes plásticas, os conceitos matemáticos são parte da essência daquilo que se impõe ao público como bonito, agradável ou interessante. Individualmente, todos temos opções estéticas diferentes, ao ponto de dizer que “gostos não se discutem”. No entanto, desconsiderando fenómenos artísticos marginais e menos representativos (que resultam mais de uma afirmação teórica do que estética), podemos concluir que a beleza artística tem inerente a abordagem matemática através da aplicação de conceitos e regras como a ocupação do espaço, a divisão, a perspetiva, o volume, a geometria, a gradação, e o contraste.



Mesmo para quem não conheça a história ou o autor, o quadro “*Guernica*” é impressionante pelo contraste e pela geometria aparentemente desordenada, mas coerente, da ocupação do espaço. “*David*”, de Michelangelo impressiona pela perfeição da representação do ser humano nas três dimensões, pelo seu realismo anatómico que resulta da correta perceção de conceitos geométricos. Na verdade, a execução desta obra-prima do génio humano começou por uma questão matemática – de que tamanho deve ser o paralelepípedo de rocha para nele caber uma figura humana? Em ambos os casos, os artistas socorreram-se, ainda que talvez de forma inconsciente, de regras apreensíveis pela matemática.

Sem ir mais longe, poderemos entender o contributo que uma cultura matemática mais presente na sociedade poderia significar em termos de desenvolvimento social, económico e cultural. Negar esta abordagem, substituindo-a pela abordagem do obstáculo a transpor (ou pior, a evitar) tem, no limite, contribuído para que muitos talentos se tenham perdido e, em termos mais abrangentes, para obtermos uma sociedade menos esclarecida e menos consciente do mundo que a rodeia.

Cabe ao sistema de ensino e, individualmente, ao professor apresentar a matemática ao aluno, como uma linguagem própria que pode usar na sua vida pessoal, cultural, cívica e profissional, sem reduzir a sua importância a uma necessidade para aquilo que o aluno quer ser. Para atingir este objetivo, o professor e o decisor no processo de ensino de matemática têm que ser indivíduos permanentemente atentos ao que os rodeia, para a partir daí serem capazes de perceber “a matemática das coisas”, por um lado, e que “coisas” rodeiam o aluno que invocam a matemática. A matemática não pode ser uma área do saber privativa de uma elite, enclausurada num mundo abstrato e desligada dos interesses mundanos.

Nenhum dos três pilares em que se baseia o ensino da matemática – o aluno, o professor e a própria matemática – pode descurar a importância dos pilares que o ladeiam.

A matemática, em concreto o currículo objeto de aprendizagem, não pode abstrair-se das necessidades e interesses do aluno, nem dos objetivos e meios da instituição escolar representada pelo professor.

O aluno tem de perceber e aceitar a importância da matemática em tudo o que o rodeia e do professor enquanto veículo desse conhecimento.

O professor, por sua vez, tem que perceber as motivações e ambições do aluno e adequar a sua estratégia de transmissão dos conteúdos da matemática a um processo de adesão a aspetos concretos da realidade que permitam ir respondendo, a cada momento, à velha questão “Para que é que isto me serve?”.

Dir-se-á, à partida, que é uma ambição utópica, considerando todas as circunstâncias e exigências em volta do ensino. Dir-se-á que se trata de uma impossibilidade. Que “O sistema de avaliação, os manuais escolares, e a cultura profissional dos professores podem influenciar de tal modo as práticas de ensino, que as finalidades visadas pelo currículo em acção, muitas vezes, pouco têm a ver com aquilo que é solenemente proclamado nos textos oficiais” (Ponte, 2003, p.13).

Dir-se-á, por fim, que será muito difícil reverter o afastamento que desde há décadas se vem verificando entre os alunos e a matemática. Certo é, no entanto, que o ensino se depara hoje com uma série de oportunidades geradas pelo especial contexto em que vivemos e que não podem ser desperdiçadas.

A presença e o acesso massivo e generalizado às novas tecnologias, a disponibilidade quase imediata de informação de elevado valor técnico e científico, a globalização e consequente mobilidade dos jovens, o contacto direto com novas culturas e formas de estar obrigam os alunos de hoje a olhar para lá das fronteiras da escola que frequentam. Os alunos de hoje estão, ou deveriam estar, completamente cientes das oportunidades que têm pela frente, mas também do ambiente competitivo em que essas oportunidades surgem. As oportunidades desenvolvem-se sobretudo em domínios científicos e tecnológicos, de elevada exigência.

Ora, é precisamente no domínio tecnológico que a barreira territorial e linguística é mais ténue. Por um lado, a linguagem científica e tecnológica é tendencialmente universal. Por outro lado, a presença física ou a deslocação começam já a deixar de ser encarados como uma inevitabilidade. Num futuro não muito distante, o profissional das áreas científicas poderá exercer a sua profissão em qualquer lugar do mundo, bastando-lhe que tenha as competências necessárias.

É este, portanto, o momento de deixar os alunos alerta para as oportunidades que se lhe deparam e para a necessidade de serem pelo menos tão aptos quanto um candidato chinês, americano, indiano ou africano. Deixar escapar esta oportunidade de vir a integrar o núcleo de países com uma cultura matemática coesa e com potencial científico e tecnológico arrastará o país para uma periferia secundária e progressivamente mais dependente, cavando ainda mais uma desigualdade, que só será comparável com o fosso gerado pela incapacidade de acompanhar a Revolução Industrial no final do Século 18. Liminarmente, é agora, ou nunca.

Ora, se podemos aproveitar este circunstancialismo particular em que vivemos como motivação para captar a atenção dos alunos para o domínio científico em geral e para a matemática em particular, é também este o momento em que as novas ferramentas tecnológicas

estão mais disponíveis para serem adotadas pelo ensino e apresentadas como novidade a uma geração de jovens que anseia pelos primeiros contactos com as tecnologias.

Fazer investigação científica hoje é uma realidade altamente sedutora para qualquer aluno a quem a instituição escolar possa colocar os meios à disposição. Certamente não poderemos continuar a captar a atenção dos alunos oferecendo-lhe aulas de caderno e caneta, microscópios obsoletos ou mesas de ensaios da década de oitenta.

Não podemos ter o nosso ensino tecnológico e científico assente em métodos predominante ou exclusivamente expositivos. Nesse aspeto, Portugal é o país europeu que mais assenta o processo de aprendizagem em métodos expositivos (Conselho Nacional de Educação, 2016).

O aluno de hoje não quer beber informação de uma só fonte. Quer ter liberdade de pesquisar e de questionar. Quer ser desafiado e apresentar resultados. O seu sucesso pessoal mede-se mais pelo reconhecimento do seu trabalho pelos seus pares do que pela avaliação dos seus exames.

O sucesso numa pauta de fim de ano não é motivação suficiente. Pode ser, e é frequentemente, fator de desmotivação e de discriminação baseado num critério puramente quantitativo e impessoal.

O sucesso do sistema de ensino também não pode resumir-se às pautas de fim de ano, enquanto estas forem um mero repositório das médias alcançadas pelos alunos numa série de avaliações sumativas e formativas sobre assuntos para os quais não foi adequadamente captada a sua atenção. É também nesta perspetiva que encaramos este trabalho. Um alerta, com uma intenção disruptiva e mobilizadora.

Sem nos afastarmos do objetivo traçado, entendemos que a qualidade da avaliação, mais do que da qualidade dos critérios utilizados depende, sobretudo da nossa capacidade prévia de conduzir o processo de aprendizagem de forma a que o aluno se apresente a exame numa fase superior do estágio de desenvolvimento das suas capacidades de entendimento. Esse caminho faz-se, por um lado, percebendo a importância de um processo de aprendizagem profunda, que se refere a um entendimento intrínseco sobre o conteúdo e envolve processos de um nível cognitivo mais elevado, em contraponto com uma aprendizagem superficial, em que o aluno se limita a reproduzir o conteúdo ensinado. Segundo Biggs (1995) o aluno a quem seja oferecida a oportunidade de uma aprendizagem profunda alcançará um nível em que procura por analogias, relações com o conhecimento prévio, teorização sobre o que foi aprendido e derivações de extensões e exceções.

Em termos práticos, o aluno terá os elementos de que necessita para responder à questão, “Mas para que é que isto me serve?”

Por outro lado, é imperioso que a instituição escolar, os professores e os decisores criem as condições necessárias para que, a cada momento, a escola possa conjugar as exigências do ensino com os interesses, necessidades e capacidades dos alunos, criando condições favoráveis para o sucesso.

O processo de aprendizagem da matemática não pode continuar a ser unidirecional. Devem criar-se condições para que o processo inclua a experimentação, a formalização e a integração de conceitos matemáticos na resolução de problemas concretos.

Para que tal possa ocorrer, é fundamental que o processo de avaliação das competências adquiridas esteja formal e cientificamente adequado a funcionar como um instrumento fidedigno de demonstrar, não só o sucesso do aluno, mas também a aptidão do processo educativo para que esse sucesso seja alcançado.

Isto é, o aperfeiçoamento do processo educativo depende da nossa capacidade para avaliar de forma metodologicamente correta o produto gerado pelo aluno em situação de exame, mas também a eficácia com que os conteúdos da disciplina foram disponibilizados em relação a um grupo abstrato de destinatários. Em termos práticos, saber se o aluno estava e foi corretamente preparado para responder positivamente a um determinado grau de exigência.

O resultado desta avaliação de duplo sentido deve estar sempre presente na estratégia definida para a disciplina, razão pela qual entendemos que o desenvolvimento e aplicação de uma teoria que nos permita aferir, de forma metodologicamente correta, a qualidade, critérios e exigência da avaliação da disciplina de Matemática A, é uma condição de sucesso e um instrumento importante para inverter o já longo trajeto do insucesso em Portugal.

Como se infere da análise de Santos e Domingos (2013), a forma como os alunos respondem às questões colocadas é um instrumento importante para analisar a complexidade do seu pensamento matemático. Reflexamente, acrescentamos nós, avaliar a complexidade do pensamento matemático que é exigida ao aluno, em cada momento de avaliação, é também uma forma de testar a qualidade do ensino bem como a coerência e a continuidade das expectativas e objetivos dos decisores.

Razão pela qual entendemos que iniciar o diagnóstico pelo momento da avaliação, numa abordagem que procura identificar e perceber, no momento de avaliação, as expectativas e objetivos propostos em cada ano letivo, pode ser um contributo interessante para perceber o “*estado das artes*”.

### 3 A avaliação

O *Relatório do Projecto Matemática 2001* (APM, 1998) concluía, de forma incisiva, que avaliação em Portugal tem sido encarada como uma das questões mais delicadas e, de certo modo, mais polémicas que se colocam no sistema de ensino, levando a que os professores encarem a avaliação como um problema.

A avaliação é de tal forma importante na estrutura global do sistema de ensino que tem sido ao longo dos tempos, uma componente chave nas reformas curriculares.

De facto, não há tema mais permanente em qualquer discussão que se faça sobre o sistema de ensino que o tema da avaliação. O processo de ensino e aprendizagem está de tal forma correlacionado com o ato de avaliar que a necessidade de averiguar a sua eficiência e eficácia é fundamental para que se possam tomar decisões coerentes e críticas para a otimização do processo de ensino e dos resultados atingidos.

Pela sua incontornável relevância no âmbito do sistema de ensino e por ser o objeto do nosso trabalho de investigação, consideramos importante densificar alguns conceitos e conceções relacionados com a avaliação.

Ao longo do tempo, grande parte dos autores tem concebido o termo “avaliação” como o julgamento de valor de uma ação, seja ela um programa, um currículo ou um processo de ensino e aprendizagem, com o objetivo de sustentar a tomada de decisões. Como lembra Leite (2004) avaliar provém do latim *a + valere + ar* que significa atribuir valor e mérito ao objeto em estudo, isto é, atribuir um juízo de valor sobre a qualidade de um processo ou produto.

O conceito de avaliação é objeto de inúmeras tentativas de definição, as quais procuram integrar os elementos que, a cada momento foram considerados como relevantes para a sua correta perceção. Assim, é possível discernir uma evolução no próprio conceito de avaliação, à medida que evoluem também as abordagens sobre a mesma.

Por exemplo, na perspetiva de Tyler (1949), citado em Leite (2004, p.31), a avaliação era entendida como o processo de determinar de que forma foram atingidos os objetivos do programa.

Já no final da década de 60 do século passado, a avaliação começa a ser proposta como um processo mediante o qual se proporciona informação útil para a tomada de decisões (Stufflebeam & Shinkfield, 1985). Na proposta destes autores, a finalidade da avaliação já não era apenas provar, mas melhorar. Stufflebeam (1967), citado em Leite (2004, p.33) definiu a

avaliação como sendo o processo de identificar, obter e proporcionar informação útil e descritiva acerca do valor e do mérito das metas, da planificação, da realização e do impacto de um objeto determinado, com o fim de servir de guia para a tomada de decisões, solucionar os problemas de responsabilidade e promover a compreensão dos fenómenos implicados.

Bartolomeis (1999, p. 38) discorre sobre a avaliação nos seguintes termos: “A atividade de avaliação é uma característica intrínseca do conhecimento e das decisões práticas. Conhecer algo equivale a avaliá-lo, a atribuir-lhe um valor, um significado, a explicá-lo, e isto tanto na experiência comum quanto nos mais sistemáticos processos científicos. Além disso, avalia-se ainda quando se tem de fazer escolhas com fins práticos, ao nível do indivíduo singular ou de interrupções sociais de largo alcance. Também tudo o que acontece na escola é avaliado.”

Santos (2002, p. 77) considera que a avaliação das aprendizagens dos alunos pode ser entendida como “todo o ato intencional que, agindo sobre os mecanismos de aprendizagem, contribua diretamente para a progressão e/ou redirecionamento dessa aprendizagem.”

Como vemos, o termo avaliar é polissémico e a sua definição é densa e elaborada, pela sua própria condição de racional e critério de decisão do indivíduo.

A avaliação começou a ser objeto de particular análise essencialmente a partir da década de 40 do século passado, quando foi abordada como algo mais para além do mero ato de medir a quantidade de informações retidas pelos alunos.

Passando a objeto de uma análise mais aprofundada e preocupada, a avaliação foi abordada de diferentes perspetivas, num percurso evolutivo que se reflete no modo como atualmente concebemos a avaliação no contexto educativo.

Seguindo a análise de Catalán (1993, pp. 33-47), podemos classificar três grandes modelos de abordagem da avaliação – os modelos objetivistas, subjetivistas e os modelos críticos de avaliação.

Os modelos objetivistas, predominantes entre as décadas de 40 a finais da década de 60 encararam a avaliação como uma técnica, num contexto histórico e ideológico em que as ciências da educação são claramente influenciadas pela racionalidade científica, recorrendo a metodologias quantitativas.

Impõe-se que a avaliação seja cientificamente objetiva e que resulte de instrumentos objetivos e claramente mensuráveis como testes e questionários que permitiriam, por sua vez uma análise dos dados obtidos através de técnicas estatísticas.

Neste modelo de matriz objetivista a educação deve corresponder e dar resposta às necessidades sociais, pelo que se tornava necessário compreender melhor todo o processo

educativo, com a finalidade de o tornar mais objetivo e rigoroso, facilitando a sua medição e rentabilização. Para Rodrigues (1994) a definição de avaliação concebe-se tendo como objetivo averiguar os resultados das ações e controlar e verificar a sua fiel implantação, utilização e realização.

A avaliação, nesta conceção, é encarada como uma medição do grau de cumprimento, pelos alunos, dos objetivos definidos e previamente estabelecidos. A avaliação, tal como impunha a racionalidade científica dominante, deveria ser objetiva, justa e neutra.

A avaliação era aplicada numa perspetiva meritocrática, expressa de forma quantitativa (escalas de valores), diferenciando e selecionando os alunos em função das classificações obtidas, de acordo com exames e testes cada vez mais objetivos.

De acordo com Catalán (1993, p. 36), os modelos objetivistas, nas suas diferentes abordagens, têm em comum o facto de conceberem a avaliação segundo uma perspetiva técnica em que a mesma é a determinação de valor ou mérito de um programa.

Com a educação a cumprir um papel de resposta a necessidades sociais, a maioria dos modelos objetivistas atribuem ao avaliador um papel meramente técnico, tendencialmente objetivo, justo e neutro, e normalmente externo ao processo, remetendo a tomada de decisões para as autoridades políticas e académicas. Ao avaliador cabia o papel de responsável pela avaliação, de acordo com os critérios estabelecidos e pela recolha de informações relevantes para a tomada de decisão pelos decisores políticos e académicos. Como *medida*, a avaliação tem como principal objetivo medir que quantidade de conhecimentos o aluno conseguiu reter segundo os critérios gerais estabelecidos. Esta conceção de avaliação estava intrinsecamente ligada ao método de ensino tradicional e autoritário. A este propósito, Fernandes (2005, p.10) sublinha que “os testes e outros instrumentos destinados a medir aptidões ou aprendizagens humanas permitiam quantificá-las, compará-las ou ordená-las numa escala. De facto, era possível trabalhar matematicamente os seus resultados e proceder a um conjunto de transformações que poderiam servir uma variedade de finalidades. Esta quantificação das aprendizagens, das aptidões ou das inteligências dos alunos permitia seguir o modelo científico e obter a credibilidade que se pretendia para os estudos sociais e humanos.”

Enquanto congruência, a avaliação é interpretada como o processo pelo qual é estabelecida a congruência entre o desempenho dos alunos e os objetivos previamente delineados, de forma a verificar se os objetivos educacionais estão a ser atingidos pelo programa de ensino.

Enquanto fonte de informação, a avaliação serve para recolher e comunicar informação útil como ajuda na melhoria do desempenho dos alunos e do próprio ensino.

Margarida Fernandes (1998, p. 20) entende que na conceção da avaliação influenciada pelos modelos objetivistas “nem os professores nem os alunos participam realmente na seleção dos objetivos ou na sua avaliação”.

A partir de meados da década de 60, as concepções sociais que então se impunham, condicionaram igualmente a forma como a avaliação era concebida, assumindo-se como facto incontornável que a neutralidade da avaliação era distorcida por fatores sociais, nomeadamente a classe social de origem dos alunos, que aparece então como claramente relacionada como fator de sucesso ou insucesso.

É igualmente reconhecido que a avaliação, tal como vinha sendo concebida pelos modelos objetivistas, potenciava o efeito de replicação dos resultados, replicando o insucesso nas classes mais desfavorecidas e aumentando as diferenças em relação às classes mais favorecidas. A avaliação acabava por desempenhar um papel involuntário de discriminação social, privilegiando o acesso das classes mais favorecidas aos graus mais elevados de educação, vedando-o às classes mais desfavorecidas e com maiores probabilidades de insucesso.

O insucesso foi compreendido como o resultado de maiores fragilidades económicas, sociais e culturais, reconhecendo-se então a necessidade de responder a essas carências externas ao processo de ensino, mas com consequências diretas no rendimento dos alunos. Compreendeu-se a necessidade de resolver os problemas externos à escola como forma de responder e combater o insucesso escolar das classes mais desfavorecidas.

Neste enquadramento, os modelos subjetivistas concebem a avaliação como uma forma de compreensão e valorização dos processos e dos resultados de um programa educativo.

Nestes modelos, o conhecimento é compreendido como uma criação do Homem integrado numa realidade mutável e inconstante, cabendo à avaliação o papel de proporcionar um retorno sobre o processo educativo, de forma a captar a singularidade e as características do contexto em que se desenvolve o processo educativo.

Nesta perspetiva subjetivista, o avaliador assume o papel de cooperação, cabendo-lhe recolher e transmitir as informações que permitam uma visão abrangente do contexto do processo educativo, dos processos de avaliação e de desenvolvimento das ações.

Por fim, a partir de finais da década de 80, começa a conceber-se uma nova perspetiva de avaliação que não se enquadra nos modelos antes descritos. O Modelo Crítico de Avaliação



considera a avaliação como um processo de recolha de informação que fomenta a reflexão crítica dos processos e conduz a tomada de decisões pertinentes em cada situação específica (Catalán, 1993). Neste modelo, a avaliação centra-se na análise abrangente das circunstâncias (pessoais, sociais, económicas, etc.) que rodeiam a ação, tendo por objetivo a transformação institucional e comunitária, em que os participantes do processo educativo sejam a génese e o motor das transformações necessárias. O avaliador deve proporcionar condições para que as necessidades se manifestem e envolver-se na consideração dessas necessidades no programa educativo de forma a permitir a planificação de ações futuras. Neste modelo, o ritmo de avaliação é condicionado pelas circunstâncias e planeado de acordo com a capacidade de obter consensos que permitam responder adequadamente às circunstâncias, obtendo a adesão comum dos participantes.

Esta é uma conceção da avaliação ainda em construção, resultado dos conhecimentos adquiridos nos anteriores modelos objetivistas e subjetivistas, centrando-se na preocupação de compreender uma multiplicidade de fontes e instrumentos de avaliação que permitam perceber o percurso dos alunos, os fatores de sucesso e as fontes do insucesso de forma a permitir conformar e reorientar o processo tendo por objetivo o sucesso.

Este tipo de avaliação pretende centrar o objetivo na transformação contínua do indivíduo, no percurso de maior autonomia e responsabilidade, valorizando a autoavaliação como elemento preponderante desse processo.

Pela própria sequência dos modelos de avaliação podemos concluir que a partir do momento que a avaliação passou a ser foco de estudo e desenvolvimento teórico, houve uma evolução de mero instrumento de classificação, seriação e seleção para passar a ser compreendido como um instrumento de orientação, tendo por objetivo o sucesso do indivíduo.

Pese embora esta evolução na forma de compreender a avaliação, esta ainda continua indelevelmente associada, nas escolas e no contexto académico, a uma dimensão de classificação, nomeadamente enquanto fator de trânsito ou retenção, isto é, de sucesso ou insucesso. Por outro lado, apesar de elemento crítico de sucesso, a avaliação apresenta, ainda, alguns elementos de inconsequência, na medida em que sendo determinante no processo de prosseguimento dos estudos, raramente a aquisição e consolidação dos conhecimentos é testada em momentos posteriores, possibilitando-se que um conhecimento que é considerado exigível em determinado período, possa ser definitivamente descartado no percurso futuro.

Esta inconsequência, pese embora seja menos evidente em disciplinas de consolidação sistemática de conhecimentos, como é o caso da matemática e das ciências, é ainda

incontornável no domínio das disciplinas humanísticas. A nota obtida certifica o domínio de um conjunto de conhecimentos pelo indivíduo para efeito de progressão no percurso, mas o indivíduo não volta a ser confrontado com a necessidade de demonstrar esse conhecimento no futuro, descartando-o.

A avaliação, embora não possa deixar de ser associada às suas características essenciais de instrumento de classificação e de certificação, aparece hoje como uma oportunidade de desenvolvimento democrático do processo de ensino, num processo dinâmico e bidirecional que permite o constante aperfeiçoamento do sistema e do indivíduo.

Assim, o processo de avaliação permite, desde logo, a recolha de informação, recorrendo a um conjunto de técnicas, instrumentos e fontes que permitam uma visão abrangente do processo, quer sobre o objeto da avaliação, quer sobre o sujeito avaliado. Depois, permite a formulação de juízo de valor, quer sobre o objeto, quer sobre o sujeito, mediante critérios estabelecidos. São as normas que nos permitem averiguar se o aluno compreendeu a mensagem e, também, reflexamente, se a mensagem foi eficazmente transmitida. Por fim, a avaliação permite a tomada de decisão, que pode incidir sobre a classificação, a necessidade de adequar os meios, a necessidade de reformular a mensagem, ou do recurso a instrumentos auxiliares do sucesso.

A avaliação é, assim, todo um conjunto de procedimentos que poderão estimular o sucesso educativo de todos os alunos, que deve favorecer a confiança e respeitar os ritmos próprios de cada um e do grupo, de forma a permitir e favorecer a progressão, garantindo a qualidade de ensino.

A avaliação deve ser, antes de mais, individualizada, centrada no indivíduo, nas suas necessidades, competências e capacidades. Deve ser interventiva, no sentido de permitir, a cada momento, a tomada de decisões em relação ao método e instrumentos utilizados no processo educativo. Deve ser global, integrando nos seus pressupostos todos os elementos suscetíveis de intervir no processo educativo. Reguladora, isto é, com uma função de inserir melhorias e correções nas diversas componentes do processo educativo. Deve ser integral, envolvendo todos os agentes do processo, sujeitos da avaliação e convidados à autoavaliação. Mantendo a matriz de avaliação do grau de consecução das atividades do indivíduo, mas com capacidade para orientar o processo de forma sistemática e contínua, com foco nas capacidades do aluno, permitindo reorientar o processo de aprendizagem, bem como corrigir as atitudes ou os procedimentos. Por fim, deve ser democrática, transparente e negociada, no sentido de que permitam a participação na definição e o conhecimento integral dos pressupostos e dos critérios.

A avaliação deve, pois, ser compreendida como algo inerente, intrínseco e imprescindível ao processo de ensino, cumprindo um papel indiscutivelmente mais abrangente do que as funções que lhe estavam atribuídas pelas concepções objetivistas.

Natriello (1987), citado em Gaspar (2013, p. 10) identifica quatro grandes funções da avaliação:

- A certificação, que garante que o aluno atingiu um determinado nível.
- A seleção, que identifica e ordena os alunos como critério e condição para uma determinada etapa ou percurso académico.
- A orientação, que contribui para o diagnóstico de necessidades e planificação das estratégias para as colmatar.
- A motivação, enquanto fonte de empenho nas tarefas daqueles que estão a ser avaliados.

Pacheco (1994), citado em Queiroz (2010, p. 52) identifica quatro dimensões da avaliação enquanto função pedagógica:

- dimensão pessoal, que visa o estímulo ao sucesso dos alunos, dando ênfase à aquisição de autoconfiança;
- dimensão didática, que contempla as fases de diagnóstico, o progresso e verificação dos resultados da avaliação dos alunos.
- dimensão curricular, que possibilita a realização de adaptações curriculares em função das necessidades dos alunos.;
- dimensão educativa, que envolve a avaliação da qualidade da educação.

Ribeiro (1991), citado em Gaspar (2013, p. 11) por sua vez, identifica como principal função da avaliação ser o contributo para o sucesso do processo educativo e verificar se tal é conseguido, ou não, tendo em vista o aperfeiçoamento e melhoramento da atividade educativa, regulando e orientando todo o processo de ensino e aprendizagem.

A avaliação no ensino pode assumir diferentes modalidades. As principais modalidades da avaliação, com relevância para o ensino, são a avaliação diagnóstica, a avaliação formativa e a avaliação sumativa.

A modalidade de avaliação diagnóstica serve para avaliar a capacidade que um aluno possui para a frequência de determinados cursos ou disciplinas, estando ligada à orientação escolar, à avaliação de capacidades dos alunos e não, exclusivamente, aos conteúdos educativos. O objetivo essencial da avaliação diagnóstica é a identificação das características do aluno, de forma a antecipar as suas necessidades e adaptar o processo de ensino às suas

características. Tem lugar, normalmente, no início do ano letivo e permite a tomada de decisão em relação às opções didáticas mais adequadas a cada aluno e ao grupo. É uma avaliação de extrema importância para a tomada de decisão, permitindo atuar preventivamente, potenciando as probabilidades de sucesso.

A avaliação formativa acompanha de modo permanente o processo de ensino e aprendizagem, sendo fundamental e de extrema importância para a qualidade da aprendizagem. Esta modalidade de avaliação centrada no aluno, enquanto indivíduo e objeto da atenção, favorece a sua motivação, convoca o seu empenho, e orienta na abordagem das tarefas e nas estratégias para a resolução de problemas.

A avaliação formativa, ao apreciar a forma como se desenvolve o processo de ensino e aprendizagem, possibilita, que o professor adapte as suas tarefas de aprendizagem, introduzindo alterações que permitam uma maior adequação das mesmas.

Enquanto reguladora e orientadora da ação desenvolvida pelo aluno a avaliação formativa é um auxílio fundamental para que os alunos realizem melhores aprendizagens e consigam apropriar-se de saberes fundamentais à sua formação, na medida em que são os alunos a construir o seu próprio saber.

É uma avaliação integrada no próprio ato de ensino, que permite a recolha de dados essenciais à orientação ou reorientação do processo educativo, dando retorno ao professor sobre as condições de aprendizagem, as capacidades adquiridas e as dificuldades na sua aquisição.

Pinto (2002), citado em Leite (2004, p. 50), concretiza no sentido de que a avaliação formativa é a mais indicada ao serviço da gestão curricular, permitindo aferir o estado real do aluno em relação ao estado esperado, permitindo a tomada de decisão ao nível da gestão do programa, no sentido de criar as melhores condições para o sucesso. A avaliação formativa deve ser suportada por um conjunto de técnicas de recolha de informação menos centrada nos aspetos quantitativos, priorizando a observação, a memória, a autoavaliação e outros instrumentos que permitam entender as dificuldades, perceber a sua génese e atuar na sua resolução. Afonso (1998), também citado em Leite (2004, p. 50), afirma que a avaliação formativa, enquanto dispositivo pedagógico, é a mais adequada à concretização de uma efetiva igualdade de oportunidades de sucesso.

Assim, a avaliação formativa não se limita à observação, antes requer uma atitude interventiva em todas as atividades desenvolvidas pelos professores e alunos cuja informação deve ser usada como retorno para a constante melhoria do processo de aprendizagem. Nesta perspetiva, a avaliação formativa fornece ao professor e ao aluno informação necessária para a

construção de contextos favoráveis de aprendizagem, facilitando a interação que permita evoluir nos processos mentais, encarando positivamente situações cada vez mais desafiantes e exigentes. Através da avaliação formativa o professor tem um instrumento útil para compreender o funcionamento cognitivo do aluno, os seus processos mentais face a um problema que lhe é proposto, permitindo, se necessário, uma intervenção orientadora, permitindo identificar e tomar consciência do erro cometido, para o corrigir. Sem a pressão da classificação inerente à avaliação sumativa, na avaliação formativa o erro é uma fonte de informação e uma oportunidade de melhoria, cabendo ao professor compreender a natureza do erro, tentar perceber a fonte do equívoco e orientar o aluno adequadamente para que também este o consiga identificar e corrigir. Identificar e reconhecer o erro é, por isso, um elemento essencial para o sucesso pretendido, devendo o aluno estar consciente desse processo. Tal implica que o professor não pode limitar-se a encontrar o erro e apontar a solução. Tem que demonstrar ao aluno estratégias para identificar, ele próprio, o erro, bem como apenas deve orientar para propostas de solução, desenvolvendo as capacidades de autoavaliação do próprio aluno.

O que diferencia os alunos entre si é o seu ritmo de aprendizagem, isto é, a sua capacidade de se aproximar progressivamente dos objetivos pré-definidos, pelo que a avaliação formativa assume um papel estratégico e essencial ao permitir que esse ritmo possa ser, na medida do possível, o mais equilibrado entre todos os alunos, proporcionando mais tempo e mais estratégias aos alunos com um ritmo de aprendizagem menor.

Do ponto de vista dos alunos, a avaliação formativa é considerada como uma oportunidade para melhorar o trabalho final e obter retorno antes de o trabalho ser definitivo, possibilitando-lhes corrigir os seus erros e perceber onde e porque é que erraram, prevenindo voltar a cometê-los (Santos & Dias, 2006).

Pese embora a importância atribuída à avaliação formativa, a perceção geral é de que a mesma ainda não está suficientemente enraizada nas práticas quotidianas dos professores. Tal fica a dever-se a uma série de fatores, entre os quais se destaca a falta de tempo para a concretização de estratégias, a extensão e densidade dos programas de ensino, o número de alunos por turma, as contingências do calendário escolar, a informalidade dos instrumentos de avaliação formativa e a heterogeneidade das turmas que dificulta o ensino individualizado.

Por fim, a avaliação sumativa surge como juízo ou medida das competências e conhecimentos adquiridos pelos alunos num determinado período escolar. Corresponde a um balanço no final de uma etapa. A avaliação sumativa fornece um resumo de toda a informação

apreendida pelo aluno, procedendo a um balanço dos resultados apresentados no final de uma etapa do processo de ensino e aprendizagem.

A avaliação sumativa é um balanço dos resultados conseguidos no fim do processo ou de uma etapa do processo educativo, no fim de cada período, ano letivo ou ciclo de escolaridade. Pode ser expressa numa escala quantitativa (0 a 20, p. ex.) ou qualitativa (Insuficiente, Suficiente, Bom, Muito Bom).

Surgindo no final da etapa, a avaliação sumativa tem um papel pouco mais abrangente do que a função de classificação, seleção e certificação.

Nesta medida, a avaliação sumativa, isoladamente considerada, não cumpre as funções mais abrangentes que hoje se atribuem à avaliação, a qual não dispensa as suas componentes formativa e diagnóstica.

Apesar das suas diferenças em termos de função e de importância, estes instrumentos fazem parte de uma estrutura global e contribuem para os mesmos objetivos fundamentais: medir o progresso dos alunos e gerar informação para melhorar a aprendizagem. O tipo de avaliação dos alunos mais comum durante a escolaridade obrigatória é a avaliação contínua levada a cabo pelos professores.

Já a avaliação sumativa tendo como pressupostos a classificação e certificação desenvolve-se através de duas formas:

- a avaliação sumativa interna;
- a avaliação sumativa externa.

Em cada uma das duas formas referidas, o resultado da avaliação é expresso de acordo com uma escala quantitativa, cujos valores variam entre 0 e 20 valores, permitindo que se efetue o balanço da aprendizagem realizada por cada aluno.

Pese embora a avaliação em matemática ser muito mais abrangente do que a mera utilização de testes e exames, a verdade é que são estes os principais instrumentos utilizados pelos professores, pelos decisores e pela opinião pública para avaliar o desempenho dos estudantes. A avaliação sumativa interna realiza-se no final de cada um dos três períodos letivos para cada uma das disciplinas. Esta avaliação é da responsabilidade dos professores que integram os conselhos de turma e, conjuntamente, dos órgãos de gestão e administração dos agrupamentos de escolas e escolas não agrupadas.

A avaliação sumativa externa é da competência dos serviços ou entidades integrantes no Ministério da Educação designados para esse efeito, materializada através da realização de exames nacionais.

### 3.1 Os exames

Conforme mencionado no relatório “*Exames nacionais de alunos na Europa: objetivos, organização e utilização dos Resultados* (Eurydice, 2009, p.9), “os exames nacionais de alunos, que consistem na realização, à escala nacional, de testes normalizados e provas organizadas a nível central, são um dos instrumentos usados na medição e controlo sistemáticos do desempenho de cada aluno, das escolas e dos sistemas educativos nacionais.”

Também conforme referido no mencionado relatório (Eurydice, 2009, p.59) “em vários países na Europa consideram-se os exames nacionais necessários para que haja uma medida comparável e normalizada do rendimento escolar dos alunos.

Em geral, o debate centra-se no conteúdo, forma e organização dos exames e na utilização dos seus resultados.”

Ainda conforme mencionado naquele relatório (Eurydice, 2009, p.12) “Para recolherem informações sobre o ensino e a aprendizagem, os decisores no sistema de ensino recorrem a uma gama variada de instrumentos de avaliação, entre os quais a avaliação contínua feita pelos professores, com intuítos formativos ou sumativos, e os exames nacionais. Estes últimos podem contribuir para uma perceção mais ampla dos conhecimentos e competências dos alunos, por fornecerem informações adicionais aos pais, aos professores, às escolas e ao sistema educativo no seu todo.

Os exames nacionais de alunos foram introduzidos em quase todos os países europeus ao longo das três últimas décadas e desenvolveram-se no sentido de se tornarem um importante instrumento de regulação dos sistemas educativos.”

Concluindo (Eurydice, 2009, p.59) que “uma questão fundamental diz respeito à necessidade de garantir a validade e adequação dos exames nacionais, incluindo o seu rigor técnico, objetividade e rentabilidade.”

O alargamento da escolaridade obrigatória e a massificação do acesso ao ensino a partir da década de 70 fez incidir as atenções sobre o processo de avaliação, sujeitando-o a pressões de diversos quadrantes profissionais e sociais, sobretudo pela crítica sobre a forma como o conhecimento é avaliado, como são concebidos os exames e quais os critérios em que assenta a classificação.

Esta exigência de avaliação da própria avaliação torna necessária a elaboração e desenvolvimento de estudos e instrumentos que permitam criar um conjunto de indicadores, baseados em evidência empírica, que permitam avaliar este tipo de provas.

A ciência que tem por base o estudo sistemático dos exames, em particular do sistema de atribuição de notas e de comportamento dos examinandos e dos examinados denomina-se por docimologia.

Pela sua importância fulcral em todo o sistema educativo, é determinante que os exames constituam uma ferramenta fiável, com critérios objetivos e pré-definidos, adequado ao currículo avaliado. Por outro lado, é essencial que a comunidade identifique os exames como fonte de resultados consistentes, que os aceitem como justos e que não sirvam para favorecer grupos de alunos em detrimento de outros.

Para que isso aconteça, bem como para cumprir as suas funções de certificação e controlo de desempenho dos alunos e do sistema educativo, é essencial que a avaliação seja correta, fiável, clara e transparente e que o processo de avaliação esteja objetivo e estrategicamente delineado, com a participação de todos os decisores, com a antecedência necessária para que todos os intervenientes tenham plena e prévia consciência do papel que lhe cabe enquanto avaliado ou avaliador.

Por fim, é essencial que o processo de avaliação cumpra também a sua função de diagnóstico de necessidades e planificação das estratégias para as colmatar, retirando as necessárias consequências dos resultados dos exames e da análise dos dados.

O foco e a importância atribuída aos resultados dos exames nacionais, em detrimento da avaliação sumativa interna e da avaliação formativa, tem efeitos negativos visíveis ao nível da sobrevalorização de um momento único do processo – as escolas tendem a tentar replicar os modelos de avaliação externa nos seus instrumentos de avaliação interna e o foco do trabalho do aluno centra-se no desenvolvimento de prática sistemática de treino para provas, objetivamente direcionado para os critérios predefinidos. Neste sentido, o Conselho Nacional de Educação (2015, p. 27) emitiu um parecer onde recomendou “repensar as implicações dos resultados das provas finais no prosseguimento dos estudos; rever o modelo de acesso ao ensino superior; promover a melhoria dos critérios de classificação de provas e exames nacionais, bem como a qualidade da sua classificação.”

Já em 2016, no Relatório sobre o Estado da Educação, o Conselho Nacional de Educação alertou para o efeito que a classificação de exame tem na classificação final de cada disciplina, tendo concluído que grande parte dos alunos vê a sua classificação interna final diminuída devido à classificação obtida no exame (Conselho Nacional de Educação, 2016).

Decorridas décadas de reformas importantes e estruturantes no sistema de ensino português, o Conselho Nacional de Educação (2015) continua a considerar necessário melhorar



os processos de avaliação e combater a cultura da nota, referindo que, ao contrário do recomendado pela literatura e pela investigação, que elegem a avaliação formativa como a modalidade de avaliação que deve orientar a ação educativa, a cultura escolar e as práticas vão em sentido diverso, colocando a ênfase na avaliação sumativa e nos resultados da avaliação externa, o que se refletiu igualmente nos diplomas normativos que enquadram os processos de avaliação das aprendizagens.

Também de acordo com o Conselho Nacional de Educação (2015, p. 22), “esta tendência enquadra-se num quadro do sistema educativo onde vigora uma excessiva cultura da “nota”, sem a correspondente preocupação nos processos que promovem as aprendizagens.”

De forma particularmente crítica, e que acompanhamos, conclui o Conselho Nacional de Educação (2015) que a avaliação das aprendizagens, mais orientada para a classificação e seriação, praticadas no seio das escolas, aprofundam o carácter sancionatório e penalizador da avaliação, ao invés de centrar o seu foco na deteção de dificuldades, com vista à determinação da intervenção adequada para colmatar as mesmas, reforçando as áreas menos fortes, sendo que, no caso do ensino secundário, esta situação assume contornos ainda mais intensos, em particular nos cursos científico-humanísticos, uma vez que os resultados da avaliação sumativa interna e externa são o critério único de acesso ao ensino superior, na maioria dos cursos, como também já enfatizámos.

O processo de avaliação encontra-se, assim, formatado mais como processo de classificação e seriação do que como forma de regular o processo de ensino e de aprendizagem.

Pela sua importância, a qualidade da avaliação deve ser objeto de constante atenção e monitorização.

A aplicação da Taxonomia SOLO a este momento do processo de aprendizagem, no modelo que propomos, pode constituir uma ferramenta importante e determinante para reposicionar a avaliação na sua função mais pedagógica e menos centrada no processo de classificação e seriação.

Cumpre salientar, no entanto, que o presente trabalho não pretende ser conclusivo em relação à qualidade da avaliação, mas tão-só validar a metodologia enquanto ferramenta de análise com critérios e pressupostos válidos e aceitáveis.



## 4 A Taxonomia SOLO

Na sequência estrutural que delineámos para este estudo, entendemos que o capítulo dedicado à análise da avaliação fornece o necessário suporte prévio do entendimento da Taxonomia SOLO. Dessa forma, procuraremos manter o foco na abordagem ao tema proposto, já delimitado pelos pressupostos e objetivos que resultam desta metodologia demonstrando as características da Taxonomia que nos permitem utilizá-la como ferramenta metodológica em pesquisas educacionais.

Antes, porém, de entrarmos no estudo da Taxonomia SOLO em concreto, cumpre deixar uma breve referência ao trabalho de Jean Piaget (1896-1980), autor da teoria dos estágios de desenvolvimento na década de 40 do século passado. O contributo de Piaget para uma abordagem epistemológica do desenvolvimento do pensamento foi essencial para a elaboração e construção das teorias posteriores que, apesar de sustentadas em pressupostos e conceitos diferentes partem do mesmo princípio de que a capacidade cognitiva humana nasce e desenvolve-se, não vem pronta. Como referem Biggs e Collis (1982, p. 30) “este processo é contínuo a partir do nascimento, mas há evidências que sugerem que há certos marcos no pensamento que são qualitativamente diferentes dos anteriores.”

Sendo hoje uma afirmação incontestável, esta perspetiva do desenvolvimento da capacidade cognitiva humana foi um contributo essencial para a evolução do ensino tradicional herdado do século XIX, de génese autoritária e estrutura de cópia e repetição para um modelo baseado numa educação adequada ao processo de descoberta dos alunos, de acordo com estágios de desenvolvimento cognitivo (inteligência sensório-motora, pré-operatória, operatório concreto e operatório formal ou abstrato) essencialmente determinados pela evolução etária entre a infância e a maturidade humana.

Entre essas teorias cognitivas inspiradas no trabalho desenvolvido por Jean Piaget, surge a Taxonomia SOLO, proposta pelos autores Biggs e Collis. Baseando-se nos princípios propostos, Biggs e Collis (1982) identificam patamares de entendimento de conteúdos específicos.

Biggs e Collis (1982) desenvolveram a teoria denominada “Structure of Observing Learning Outcome”. Tal como Piaget, Biggs e Collis defendem a sucessão de estruturas cognitivas características dos estágios propostos na teoria dos estágios de desenvolvimento, mas caracterizam esses estágios como “modos de pensamento”. Embora partam do princípio de que esses modos de pensamento surgem tendencialmente em idades semelhantes aos estágios

de desenvolvimento cognitivo proposto por Piaget, Biggs e Collis defendem que tais modos de pensamento não são gerais, mas específicos para cada domínio de conhecimento. Por outro lado, abdicando do pressuposto da evolução etária linear, os autores da Taxonomia SOLO defendem que um estágio não substitui o outro, mas surge de forma a coexistir com os modos de pensamento já existentes.

É uma teoria que integra aspetos propostos por Piaget mas a que foram introduzidos novos pressupostos pelos autores para criar uma Taxonomia. A Taxonomia proposta por Biggs e Collis diz respeito a um sistema de categorias para identificar patamares de formalização do pensamento. Os autores defendem que esse sistema pode ser utilizado para avaliar a “qualidade” de aprendizagem ou para objetivos curriculares, uma vez que apresenta a possibilidade de identificar níveis hierárquicos de complexidade do entendimento sobre conteúdos de diferentes domínios, a partir de instrumentos desenvolvidos com esse objetivo.

A Taxonomia SOLO parte, assim, da concepção de que os sujeitos têm o seu processo de aquisição cognitiva baseado em estágios de complexidade ascendente e que este processo sequencial pode ser genericamente observado em diferentes tarefas, o que torna possível caracterizar de alguma forma os níveis de habilidades, ou ainda identificar a evolução de uma habilidade em tarefas particulares.

Os autores definem os modos de pensamento através da forma de representação de um problema. Desta forma, defendem que os indivíduos adquirem um novo conhecimento através de estágios ascendentes que envolvem teorias cognitivas cada vez mais complexas.

O primeiro modo, ou estágio, designado por “sensório motor”, acontece logo a partir do nascimento quando se verifica uma interação do recém-nascido de forma concreta através de respostas motoras a estímulos sensoriais. Este modo não se extingue com a aquisição de outros modos, pois está relacionado ao conhecimento não expresso mas que se subentende, através do qual se estabelecem relações com outros indivíduos e o meio envolvente ao longo da vida.

O modo designado como “icónico” ocorre aproximadamente a partir dos 18 meses, caracterizado como sendo um modo pré-simbólico, no qual existe a codificação da realidade através de símbolos. A linguagem, apesar de ainda incipiente, tem já uma função de pré-requisito. Este modo também está presente em todas as fases da vida e cresce e complexifica-se à medida que coexiste com os outros modos, após a fase infantil.

Por volta dos 6 anos, o modo de pensamento evolui para “concreto simbólico” envolvendo conhecimento declarativo que expressa conhecimentos factuais e relações entre conhecimentos e objetos. A linguagem escrita e a linguagem simbólica são ferramentas

importantes para atuar no ambiente envolvente. O indivíduo adota dispositivos simbólicos e escritos, tais como mapas, pautas musicais e gráficos, como ferramentas úteis à sua atuação sobre o ambiente que o rodeia. A representação do conhecimento torna-se mais abstrata, uma vez que a criança pensa em termos de símbolos para denotar objetos da vida real. Há uma lógica e uma ordem simbólica.

Aproximadamente aos 14 anos, surge a etapa “formal” que envolve construções mais abstratas que podem ser usadas para gerar hipóteses sobre formas alternativas de ordenar o mundo. Logo, o pensamento é capaz de passar do particular para o abstrato e apoia-se em princípios e teorias. Eventualmente, em determinado âmbito do conhecimento ou em determinada disciplina, este modo de pensamento corresponde ao conhecimento hegemónico desse âmbito, sendo que não se generaliza de forma automática para todos os domínios do conhecimento. O pensamento apoia-se em princípios e teorias. Este sistema abstrato identifica-se com o conhecimento em uma dada disciplina e, apesar de poder surgir nessa idade, não se generaliza para todos os domínios de conhecimento e todo o pensamento. Algumas pessoas podem nunca chegar a desenvolver esse modo de pensar. Segundo Biggs e Collis (1982), a competência técnica requer um entendimento dos princípios básicos subjacentes a uma disciplina, de forma a que o estudante possa gerar alternativas viáveis, quando as regras de ação se mostram inadequadas.

Aos vinte anos, surge a etapa “pós-formal”. Por volta desta idade o ser humano tem a capacidade de operar em novos campos de ação e de exibir com consciência a capacidade de adquirir e estruturar o seu conhecimento. O pensamento neste modo é mais raro e remete-se ao mais alto nível de abstração, não sendo um modo imprescindível para que muitas práticas profissionais possam ser bem-sucedidas.

Conforme referimos, os autores da Taxonomia SOLO defendem que um estágio não sucede em substituição do outro, mas surge de forma a coexistir com os modos de pensamento já existentes. Assim, é possível que um indivíduo alcance a etapa formal em relação a determinado âmbito do conhecimento e que não a alcance noutro âmbito, coexistindo diferentes modos de pensamento em relação a diferentes âmbitos do conhecimento. Por outro lado, constata-se que um indivíduo pode nunca chegar a desenvolver este modo de pensamento.

Conforme se disse, os modos de pensamento propostos por Biggs e Collis têm inspiração e apresentam características semelhantes aos estágios propostos por Piaget. Essencialmente, ambas as teorias aceitam o pressuposto da sucessão de períodos de surgimento de estruturas cognitivas individualizadas identificáveis por diferentes formas de estruturação e

manipulação dos conteúdos. Em concreto, concluem que é possível identificar alguns aspetos comuns de aprendizagem típicos de determinados períodos de idade, que as capacidades se sucedem numa escala crescente de abstração e que há diferenças qualitativas ou descontínuas no modo de lidar com o conhecimento nos diferentes períodos.

Por outro lado, uma diferença essencial distingue a teoria de Biggs e Collis da proposta de Piaget. Por contraponto à lógica operatória clássica de Piaget, Biggs e Collis entendem que os modos não podem ser definidos em termos de mudanças estruturais na lógica operatória. Defendem que ao mudar de estágio ou modo, o indivíduo muda a forma de representar o conhecimento aprendido em relação a determinado âmbito de conhecimento e não a estrutura da totalidade de tarefas com que se lida em cada estágio, como resulta da teoria que assenta essencialmente na progressão etária.

Essa diferença é determinante, na medida em que permite explicar de forma coerente por que razão o indivíduo pode funcionar em diferentes estágios ou modos de pensamento em relação a diferentes tarefas, de forma simultânea. A teoria que propõem é, assim, multimodal. Isto é, assumem que os estágios de desenvolvimento do processo de aquisição cognitiva, tal como são definidos por Piaget, são distintos para diferentes conteúdos, ainda que para um mesmo sujeito. Dessa forma, centrando a análise no desenvolvimento do próprio processo cognitivo, ao invés do indivíduo, concluem que o que caracteriza um estágio não é a complexidade estrutural do pensamento como um todo (que na proposta de Piaget seria uma consequência da progressão etária, ainda que influenciada por fatores externos), mas o nível de abstração do modo como os conteúdos de uma experiência são representados pelo indivíduo em relação a determinado conteúdo.

Biggs e Collis (1982) defendem que os estágios ou modos possuem níveis de complexidade que determinam como o conhecimento está estruturado. Esses níveis são ascendentes, e dizem respeito às relações estabelecidas entre diversos elementos e o conteúdo apreendido.

No que respeita ao processo de aprendizagem, Biggs e Collis identificam dois tipos de aprendizagem: a superficial e a profunda. A aprendizagem superficial verifica-se quando o processo de aquisição cognitiva se limita à reprodução do conteúdo ensinado. “A motivação é focalizar nos tópicos e elementos mais importantes, para tentar reproduzi-los com precisão; por isso os estudantes não veem conexão entre os elementos ou significados e as implicações do que é aprendido”. A aprendizagem profunda verifica-se quando o processo de aquisição cognitiva exige um entendimento intrínseco sobre o conteúdo, e envolve processos de um nível

cognitivo mais alto: “a procura por analogias, relações com o conhecimento prévio, teorização sobre o que foi aprendido e derivações de extensões e exceções” Biggs (1995), citado em Amantes e Borges (2004, p. 4)

As diferentes aprendizagens, superficial ou profundas, dependem e são consequência das diferentes formas em lidar com um conteúdo, seja quando a aprendizagem é realizada utilizando-se atributos de um único modo (unimodal) seja quando é realizada com atributos de vários modos simultaneamente (multimodal).

A teoria proposta por estes autores baseia-se na conceção multimodal do desenvolvimento cognitivo, coexistindo diferentes modos de pensamento em relação a diferentes âmbitos do conhecimento e consideram a maturidade, disponibilidade para aprender, a reação perante o confronto com um problema, o suporte social e o nível das respostas no modo anterior como fatores que determinam e condicionam a evolução no modo de pensamento para o estágio seguinte. A partir desses princípios, os Autores propõem um sistema para categorizar respostas, questões e tarefas: a Taxonomia SOLO.

A definição exata de Taxonomia decorre do seu campo de aplicação original, enquanto subdisciplina da biologia que se baseia na conceção, nomeação e classificação dos grupos de organismos biológicos. Genericamente, aplicando o conceito a outros domínios do saber, podemos entender a Taxonomia como uma metodologia de classificação ou categorização, ordenada de acordo com determinadas características específicas que engloba as fases de identificação, descrição, nomenclatura e classificação.

No domínio que nos ocupa, podemos definir a Taxonomia como um sistema de categorização que identifica e descreve, de forma sistemática a evolução da complexidade de conhecimento de um aluno e que pode ser usado como ferramenta metodológica para pesquisas que avaliam aprendizagem.

Biggs e Collis (1982) defendem que se pode avaliar o desempenho de um certo indivíduo, num determinado momento, sem fazer qualquer tipo de dedução sobre a sua estrutura cognitiva. Propõem, assim que a análise incida sobre a qualidade das respostas do indivíduo durante o desempenho de determinada tarefa, ao invés das capacidades dos indivíduos.

Isto é, Biggs e Collis (1982) defendem que a resposta apresenta uma certa qualidade de desempenho intrínseca, à qual é possível atribuir uma categoria, independentemente do conhecimento das capacidades individuais do aluno, justificando, assim, que em circunstâncias distintas o desempenho possa ser diferente, sem que tal signifique que as capacidades individuais se modificaram. Na perspetiva de Biggs e Collis (1982) aprender significativamente

quer dizer dar significado ao conhecimento existente, envolvendo o sujeito que aprende em duas tarefas: conhecer factos, capacidades, conceitos ou estratégias de resolução de problemas; e usar aqueles factos, capacidades, conceitos ou estratégias de resolução de problemas (Ceia, 2002).

A Taxonomia SOLO define cinco categorias ou níveis de resposta. Cada categoria é estabelecida de acordo com três parâmetros que permitem individualizar e categorizar os diferentes tipos de resposta que lhe correspondem: as capacidades, as operações envolvidas e a consistência / capacidade de concluir.

As capacidades referem-se ao conhecimento e ao tempo de atenção requeridos por cada um dos níveis SOLO, que resultam na capacidade de memória de trabalho. No nível pré-estrutural poderá nem ocorrer um período de atenção suficiente para recordar pelo menos um aspeto relevante e obter uma conclusão muito rápida e sem consistência. O número de factos que é possível recordar e o tempo de atenção é maior no nível abstrato, onde é necessário recordar vários conhecimentos em simultâneo, bem como estabelecer relações entre eles.

As operações envolvidas dizem respeito à forma como as respostas produzidas são adequadas às questões formuladas, isto é, a capacidade de relacionar a resposta com a pergunta ou a tarefa com o estímulo. Uma resposta uni-estrutural invocará apenas um aspeto relevante, a multi-estrutural apresenta vários aspetos relevantes, mas sem ligação entre eles, a relacional mostra que o indivíduo é capaz de estabelecer algumas ligações lógicas entre os aspetos referidos, mas não consegue ter uma visão global do conhecimento que está envolvido. A resposta abstrata vai para além dos dados fornecidos, introduzindo a dedução lógica e formulando um princípio geral abstrato que permita fazer várias deduções.

A consistência e a capacidade de concluir referem-se à necessidade de chegar a uma conclusão consistente, isto é, sem contradições entre a conclusão e os dados fornecidos. Quanto mais rápida for a obtenção da conclusão, menos informação será utilizada e, logo, maior será o perigo de criar contradições entre os dados e a conclusão. A resposta relacional apresenta uma conclusão capaz de relacionar todos os aspetos relevantes, evidenciando uma coerência global, contudo, a conclusão final, sendo correta num contexto, pode mostrar-se falível noutro, mostrando forte dependência dos aspetos concretos. Só a resposta abstrata mostrará uma consistência global, estabelecendo princípios aplicáveis a qualquer contexto.

Outros autores acrescentam ainda o critério de estrutura geral que, não sendo um critério *próprio sensu*, resulta antes da interação entre as dimensões anteriores.



De acordo com estes parâmetros de categorização, as respostas analisadas podem evidenciar níveis distintos de complexidade no entendimento e capacidade de resposta do aluno.

No nível pré-estrutural as respostas explicitadas são inadequadas. O aluno elabora a resposta num nível inferior ao solicitado pelo item que lhe é colocada, sem demonstrar capacidade para focar no essencial e eliminar aspetos irrelevantes. No nível pré-estrutural a resposta oferecida revela que a atenção dedicada ao tema foi manifestamente insuficiente para o aluno demonstrar conhecimento sobre pelo menos um aspeto relevante. A conclusão é rápida e sem consistência, sendo expectável a contradição entre os dados utilizados e a conclusão, por insuficiência da informação utilizada. O aluno não reconhece nem consegue resolver o item.

No nível uni-estrutural o foco da resposta é correto, mas o aluno convoca ou dispõe de pouca informação no seu processo de resolução e a resposta será tendencialmente inconsistente. Uma resposta de estrutura uni-estrutural invocará apenas um aspeto relevante.

No nível multi-estrutural o aluno percebe corretamente a relevância da informação requerida para a sua resposta e apresenta vários aspetos relevantes. Na estruturação da resposta, porém, ao não identificar um elemento essencial, o aluno não demonstra a correta ligação entre os aspetos relevantes, o que torna as respostas suscetíveis a inconsistências.

No nível relacional, as informações são corretamente percebidas, os dados são avaliados e as relações são corretamente estabelecidas. A resposta apresenta uma estrutura coerente na relação dos dados invocados e não há inconsistências. Uma resposta deste nível mostra que o indivíduo é capaz de estabelecer ligações lógicas e relevantes entre os dados solicitados, mas não demonstra uma visão global do conhecimento que está envolvido. A resposta relacional apresenta uma conclusão capaz de relacionar todos os aspetos relevantes, evidenciando uma coerência global. Contudo, a conclusão final, sendo correta naquele contexto, poderá não ser aplicável noutras situações, uma vez que depende muito dos aspetos concretos.

Este aspeto é ultrapassado ao nível abstrato. Neste nível, o aluno demonstra a capacidade para adaptar a informação a conceitos gerais suscetíveis de convocar a estrutura requerida para um novo quadro com características mais abstratas. A resposta de nível abstrato demonstra um nível conhecimento global capaz de estabelecer princípios aplicáveis a qualquer contexto comparável. A resposta evidencia que foram recordados vários conhecimentos em simultâneo, com um nível e tempo de atenção adequados, de forma a conseguir estabelecer relações entre eles. A resposta abstrata vai para além dos dados fornecidos, introduzindo a dedução lógica e formulando um princípio geral abstrato que permita fazer várias deduções. Só a resposta

abstrata mostrará uma consistência global, estabelecendo princípios aplicáveis a qualquer contexto.

Ao responder a determinado item, qualquer indivíduo pode exibir o seu conhecimento em diferentes níveis de complexidade para o mesmo modo de pensamento. Um aluno entra num determinado modo quando treina capacidades elementares para atingir o desempenho uni-estrutural desse modo, evoluindo até produzir uma resposta mais elaborada, multi-estrutural e chegar a um nível mais complexo, relacional. Quando chegar ao nível abstrato, significa que passa a funcionar no modo de pensamento imediatamente mais elevado de entendimento cognitivo. A ênfase na análise da qualidade das respostas dos alunos torna a Taxonomia SOLO interessante para o modelo de análise que propomos, uma vez que o foco não está no grau de correção das respostas, mas na natureza das mesmas, codificadas em categorias baseadas nos níveis SOLO.

Os níveis crescem em complexidade, através de uma crescente procura pelo aumento da quantidade de memória ou poder de concentração. Estes níveis de complexidade são ordenados representando a progressão do entendimento, baseado em elementos concretos para o entendimento de elementos abstratos, através de um processo crescente de organização do número de dimensões relacionadas, de consistência entre essas relações e generalização dos princípios utilizados.

Nos níveis uni-estrutural e multi-estrutural, o estudante interpreta a informação dada e utiliza uma estratégia conhecida para fornecer a resposta, enquanto nos níveis relacional e abstrato tem de pensar em vários objetos e conhecimentos de uma só vez e avaliar quais estão relacionados.

Os níveis uni-estrutural e multi-estrutural estão relacionados com a aprendizagem superficial, enquanto o relacional e o abstrato se relacionam com a aprendizagem profunda.

A Taxonomia SOLO tem sido utilizada de diferentes formas e nos vários domínios do conhecimento, uma vez que apresenta um sistema coerente para identificação de formas de pensamento em tarefas realizadas por alunos.

Adaptando este modelo para o foco no item que é colocada ao aluno, podemos categorizar os itens de um exame de acordo com o tipo de conhecimento que é solicitado em cada resposta. Nesta perspetiva, analisamos o grau de dificuldade exigido pelo item.

Este método convoca, assim, os aspetos qualitativos da avaliação da aprendizagem e é, por isso, uma referência importante como instrumento metodológico de pesquisas educacionais. Uma vez que a Taxonomia SOLO apresenta um sistema para identificação de formas de

pensamento em tarefas realizadas por alunos, a sua utilização é moldável a diversas intenções no processo educativo, sendo utilizada por professores, com a finalidade de avaliar aprendizagens, avaliar o tipo de ensino preconizado pelos docentes e para avaliar programas de ensino, além de servir como instrumento metodológico de pesquisas educacionais, como a que ora promovemos.

A Taxonomia SOLO demonstra ainda a vantagem de ser um modelo aplicável à avaliação da qualidade da aprendizagem, independentemente do grau escolar ou disciplina, uma vez que os conceitos que enuncia são gerais e adaptáveis a diferentes situações, o que a torna especialmente apta para que a avaliação seja efetuada de forma objetiva e sistemática.

A utilização deste método, por outro lado, permite dotar o processo de avaliação de um instrumento de análise qualitativa da aprendizagem, que permita relacionar os resultados obtidos e constatados na resposta do aluno, com as intenções originais do processo de aprendizagem/ensino, dotando os decisores e intervenientes no processo de informação que permita uma melhor compreensão quer da posição da matemática no currículo escolar quer das técnicas de aula que poderão melhorar o desempenho na disciplina. Como sugere uma progressão dos alunos em cinco níveis de complexidade dentro de um modo específico, a sua utilização por professores leva ao desenvolvimento de programas que permitem aos alunos enriquecer e aumentar a sua aprendizagem profunda.

Por se tratar de um modelo amplamente estudado e que tem recebido o contributo de inúmeros investigadores que já o utilizaram e/ou estudaram, também nós seguiremos de perto o modelo de caracterização da autoria de Mário Ceia, que parte das premissas de Biggs e Collis e que, como vimos, assenta em pressupostos que nos permitem utilizá-lo como ferramenta metodológica em pesquisas educacionais, pelo que, conforme salientámos, constituirá a base teórica e metodológica do nosso estudo.

O modelo que utilizaremos, e que consideramos o mais explícito e completo, fruto da evolução do modelo proposto por Ceia (2018), tem em consideração a quantidade de conhecimentos envolvidos na abordagem de cada item, a complexidade do raciocínio exigido e o tipo de solução ou soluções requeridas ao aluno, em cada item, em contexto de exame.

A Tabela 1 que se segue, da autoria de Ceia (2002), pretende resumir os critérios que permitem indicar e classificar a categoria de cada item.

Tabela 1

**Descrição dos níveis na Taxonomia SOLO relacionando-os com os indicadores de resposta adaptado de Biggs e Collis (1982) e de Ceia (2002)**

Categoria	Parâmetros de Análise: Tópicos e Procedimentos			
	Tópicos		Procedimentos	
	Quantidade	Nível	Grau de Inovação	Integração dos Procedimentos
<b>Categoria Abstrato</b>	<b>Dois ou mais tópicos</b> foram utilizados	<b>Superior</b> - Foram utilizados tópicos de nível igual ou superior ao do programa.	<b>Inédito</b> - Envolve a elaboração de hipóteses de trabalho e de estratégias inovadoras.	<b>Interligados</b> - Os procedimentos evidenciam a aplicação de vários conceitos e informações de forma integrada e simultânea.
<b>Categoria Relacional</b>		<b>Adequado</b> - Foram utilizados tópicos de nível análogo ao do programa.	<b>Réplica</b> - Envolve hipóteses de trabalho e estratégias descritas nos programas.	
<b>Categoria Multi-estrutural</b>				
<b>Categoria Uni-estrutural</b>	<b>Um único tópico</b> foi utilizado.	<b>Adequado</b> - Foi utilizado um tópico de nível análogo ao que está prescrito no programa.	<b>Réplica</b> - Envolve uma hipótese de trabalho ou estratégia descrita nos programas.	(Não aplicável)
<b>Categoria Pré-estrutural</b>	<b>Um único ou nenhum tópico</b> foi utilizado.	<b>Inferior</b> - Foram utilizados tópicos de nível inferior ao do programa ou informação do senso comum.	Não envolve qualquer tipo de réplica (ou situação inédita).	

Conclusões
<p><b>Tipo 1</b> - Os elementos que contribuíram para a obtenção da conclusão foram harmonizados</p> <p><b>Tipo 2</b> - A conclusão decorre exclusivamente dos procedimentos matemáticos envolvidos na resolução</p>

## 5 Metodologia

Propusemo-nos, no nosso estudo, responder a uma série de questões que julgamos relevantes, dentro do objetivo geral de avaliação qualitativa dos exames portugueses de âmbito nacional de Matemática A, nomeadamente:

- Qual a variação da presença dos Temas curriculares ao longo do período de análise entre 2006 e 2014?
- Qual a variação da presença de cada nível SOLO nos exames portugueses de âmbito nacional entre 2006 e 2014?
- Qual a variação da complexidade matemática dos exames portugueses de âmbito nacional?

A resposta a estas questões suportará as nossas conclusões quanto à avaliação qualitativa dos exames nacionais.

Este trabalho vai incidir sobre 18 exames nacionais da disciplina de Matemática A, realizados entre 2006 e 2014.

Por exames nacionais entendemos a modalidade específica de avaliação dos alunos que consiste na realização, à escala nacional, de testes normalizados e provas organizadas a nível central.

Este critério de abrangência permite-nos minimizar os efeitos das assimetrias regionais, da subjetividade inerente aos critérios de correção da avaliação interna, dos contextos das próprias escolas, do histórico dos alunos e, enfim, de todos os fatores externos ao processo de avaliação que nele têm influência mediata, intencional ou não, mais ou menos consciente.

Por outro lado, o sistema de avaliação de âmbito nacional permitir-nos-á uma análise comparativa que, esperamos, seja da maior relevância, decorrente da existência de duas fases distintas de avaliação, comumente designadas por primeira e segunda fase de exames nacionais.

A possibilidade de análise comparativa de exigência, critérios e resultados entre diferentes exames propostos a alunos de Matemática A integrados no mesmo contexto temporal de avaliação, constitui uma oportunidade de análise mais apurada e menos influenciada por diferentes contextos que julgamos pertinente aproveitar.

Enfatizamos, no entanto, que quando nos referimos à minimização de efeitos de assimetrias e outros, nos restringimos especificamente ao processo de avaliação, porquanto,

conforme demonstram os resultados dos estudos realizados, as assimetrias e desigualdades têm sempre influência direta no processo educativo e, reflexamente, no momento da avaliação, enquanto demonstração desse processo de aprendizagem.

Na verdade, consideramos que tais assimetrias e distorções constituem uma realidade que também pode e merece ser estudada por aplicação da Taxonomia SOLO, no entanto, é um âmbito que não cabe neste esforço prévio de validação da metodologia enquanto instrumento de análise da qualidade da avaliação.

A eleição dos exames do 12º ano como objeto da nossa análise apresenta estas duas vantagens metodológicas – âmbito nacional e fim de etapa curricular, de que depende de forma direta, na maior parte dos cursos de orientação científica, o ingresso na etapa seguinte.

Desde logo, importa deixar esta ideia central, foco da nossa atenção e preocupação – trata-se de um momento na avaliação do qual depende o futuro de milhares de jovens estudantes. A importância do mesmo não pode ser relativizada, pelo que esperamos estar à altura do desafio.

Em termos de delimitação temporal, procuramos um período que nos permita detetar variações sensíveis na avaliação para, a partir de aí tentarmos identificar as causas e relacionar as consequências.

Nessa perspetiva, parece-nos adequado fazer recair o nosso trabalho numa análise exhaustiva de todos exames nacionais no período compreendido entre os anos 2006 e 2014. Consideramos, essencialmente, que se trata de um período suficientemente amplo para a análise que pretendemos e, ao mesmo tempo, já consolidado e objeto de reflexão pelos decisores e intervenientes no processo educativo.

De acordo com os pressupostos iniciais que definimos, alicerçámos a categorização dos itens de acordo com os princípios da Taxonomia SOLO proposta por Biggs e Collis (1982), seguindo de muito perto o modelo proposto por Ceia (2002), já abordado no capítulo anterior e que desenvolveremos de forma detalhada no capítulo 6 pois consideramos o mais explícito e completo, uma vez que, como referimos, tem em consideração a quantidade de conhecimentos envolvidos na abordagem de cada item, a complexidade do raciocínio exigido e o tipo de solução ou soluções requeridas ao aluno, em cada item, em contexto de exame e, como tal, se apresenta como particularmente adequado à análise que empreendemos.

Como referimos na Introdução, quando definimos os objetivos do estudo, esta dissertação tem como objetivo a análise da complexidade matemática dos itens propostas nos exames portugueses de âmbito nacional entre 2006 e 2014.

Na sequência da nossa proposta metodológica, iniciamos nesta fase a abordagem à categorização SOLO dos 18 exames nacionais da disciplina de Matemática A, realizados entre 2006 e 2014 e aos quais aplicaremos um modelo de caracterização dos itens colocadas em cada exame que nos vai permitir classificar a complexidade inerente a cada desafio proposto aos alunos de Matemática A do 12º ano, e que reproduzimos no anexo II (Vol II).

Tendo por base as respostas idealizadas para cada item colocada procuraremos observar de que forma os itens presentes em cada exame são diversificadas relativamente às categorias (níveis) de conhecimento exigidas, bem como em relação aos domínios temáticos constantes do programa curricular e ao tipo de resposta requerida.

Tendo por referência a nossa matriz apresentada no capítulo anterior, para a qual remetemos, utilizaremos as menções abreviadas correspondentes a cada item, que passamos a identificar.

A referência a “Grupos I” e “Grupo II” identifica os dois Grupos de itens, de acordo com a tipologia de resposta requerida – escolha múltipla ou desenvolvimento - presentes em todos os exames de Matemática A.

A referência aos “Temas”, de I a III e, no caso específico dos exames de 2014, também “11º ano” identifica cada grupo de itens de acordo com os Temas previstos no programa curricular. Temos, assim, o “Tema I” – Probabilidades e Combinatória, “Tema II” – Introdução ao Cálculo Diferencial II”, “Tema III” – Trigonometria e Números Complexos. Todos os Temas correspondem aos Temas identificados no programa oficial nacional do 12º ano de escolaridade.

A referência a “11º ano” corresponde a conteúdos do 11º ano que foram exigidos apenas nos exames de 2014. Pese embora não seja possível relacionar este “Tema” com períodos anteriores, a sua especificação é necessária, de forma a ponderar e justificar eventuais distorções em relação aos Temas que constituíram a regra durante o restante período de análise.

Na categorização SOLO utilizaremos as referências “Abstrato”, “Relacional”, “Multi-estrutural”, “Uni-estrutural”, “Pré-estrutural”, conforme o modelo proposto.

O número de itens identificadas em cada item de análise surge sob a coluna “Nº Itens” e “Cotação” representa a pontuação correspondente a cada item, de acordo com a categorização de cada item nos diferentes exames de Matemática A.

Este estudo teve cinco fases distintas, precedentes umas das outras.

## **5.1 Primeira fase**

Numa primeira fase, concebemos um levantamento de todos os exames que iríamos analisar posteriormente e também uma busca de propostas de resolução desses mesmos exames sugeridas pela Sociedade Portuguesa de Matemática, pela Associação dos Professores de Matemática e pelo IAVE. Com este levantamento verificámos que todos os exames foram cotados para duzentos pontos e divididos em dois Grupos.

O Grupo I que contém as escolhas múltiplas e o Grupo II os itens de desenvolvimento. Para um melhor e mais aprofundado estudo dos itens destes exames como método auxiliar na categorização dos itens, elaborámos uma tabela com os tópicos do programa do 12º ano, que pode ser consultada no anexo I (Vol. II) com base nas propostas constantes nas brochuras publicadas pelo Ministério da Educação.

## **5.2 Segunda fase**

Na segunda fase do nosso processo, transcrevemos todos os exames e os critérios específicos de classificação apresentados pelo IAVE. Na elaboração das respostas idealizadas, conjugámos a nossa proposta de resolução para cada uma dos itens, com os critérios exigidos e sustentados pelas propostas de resolução sugeridas pelo IAVE, pela SPM e pela APM (vide anexo II– vol. II).

Nesta fase de resolução das respostas idealizadas, fomos identificando e introduzindo os tópicos do programa do 12º ano presentes na tabela de tópicos supra mencionada na resolução de cada item dos exames estudados, permitindo-nos assim uma melhor categorização dos itens de acordo os critérios da Taxonomia SOLO.

Na proposta de resolução que apresentamos procurámos conciliar as diferentes abordagens do item, conjugando também os critérios subjacentes aos conteúdos específicos do programa do 11º ano e 12º ano convocados na proposta de resolução.

Nesta fase, para cada item, elaborámos uma “Ficha de questão”, onde identificámos o item, os critérios específicos de classificação e apresentámos uma proposta de resolução. Por fim, categorizámos o item de acordo com os três parâmetros propostos - Tópicos, Procedimentos e Conclusão – terminando com a Categorização do item num dos vários níveis propostos na Taxonomia SOLO. Estes conteúdos estão enunciados e especificados na nossa matriz de análise e categorização dos itens.



### 5.3 Terceira fase

Na terceira fase fizemos uma análise transversal da categorização efetuada anteriormente procurando assim avaliar a consistência da aplicação dos critérios a cada item categorizada.

Em concreto, tendo por base as respostas pedidas ou idealizadas para cada item colocada procuráramos analisar de que forma os itens presentes em cada exame eram diversificadas relativamente às categorias (níveis) de conhecimento exigidas, bem como em relação aos domínios temáticos constantes do programa curricular e ao tipo de resposta requerida. Em teoria, considerando que o item pudesse admitir duas respostas igualmente corretas, seria possível que um mesmo item pudesse ser enquadrável em duas categorias diferentes, consoante a perspetiva da resposta idealizada. No leque de provas analisadas, no entanto, não tivemos que nos deparar com essa dificuldade. Os graus de dificuldade não diferiam, independentemente da perspetiva de resposta seguida, sustentando a perceção de que a nossa categorização e método utilizado se demonstraram eficazes e assertivos.

### 5.4 Quarta fase

Na quarta fase, fizemos o levantamento da categorização de cada item presente nos diversos exames relacionando-os por Grupos e por Temas programáticos.

Propusemo-nos fazer uma interpretação dos dados obtidos em cada exame, de acordo com a respetiva categorização SOLO, analisando as variáveis de representatividade por Grupo e por Temas, bem como uma análise individual por ano e, longitudinalmente, ao longo de todo o período de análise.

Na sequência desta fase, estabelecemos uma análise individual de cada Grupo de itens (Grupo I e Grupo II, escolhas múltiplas e itens de desenvolvimento, respetivamente), segundo a categorização SOLO, estabelecendo a percentagem da cotação atribuída a cada item e relacionando com a categorização e conteúdos programáticos.

De igual forma, analisámos e relacionámos, em cada exame, o nível SOLO *versus* cotação dos diferentes conteúdos programáticos. Verificámos o Tema dos conteúdos programáticos utilizados em cada item dos exames e a sua categorização SOLO.

Depois de caracterizada cada um dos itens, procurámos demonstrar quantitativamente a percentagem de itens de cada um dos níveis SOLO, no período considerado e nas duas fases de exame de cada ano.

### 5.5 Quinta fase - Índice SOLO

Na quinta fase para uma apreciação global de cada exame adotámos um Índice que, com base na ponderação da categorização do conjunto de itens colocadas, nos permitiu apurar e comparar o grau de dificuldade de cada prova.

Este Índice permitiu-nos analisar o comportamento da complexidade dos exames ao longo dos anos e relacionar as variáveis Índice SOLO e média nacional, permitindo-nos responder aos objetivos ou as questões propostas neste estudo.

O valor apurado através da determinação do Índice SOLO de cada exame permitiu-nos efetuar uma análise comparativa entre os diferentes exames, bem como relacionar o grau de dificuldade com os resultados obtidos pelos alunos.

Para a elaboração da fórmula mantivemos a classificação proposta na Taxonomia SOLO, por coerência e facilidade de exposição, mas também por refletir de forma adequada os conceitos inerentes ao grau de dificuldade que procuramos determinar.

Assim, para cada nível pré-estrutural, uni-estrutural, multi-estrutural, relacional e abstrato, atribuímos um valor numa escala de 0 a 20, que ponderámos depois pela incidência de cada item no exame em concreto. O valor apurado permitiu-nos uma análise comparativa entre os diferentes exames, com especial incidência nas diferenças entre as primeiras e segundas fases de exame de cada ano.

Mais importante, no entanto, a determinação do Índice SOLO de cada exame permitiu-nos relacionar grau de dificuldade com resultados obtidos pelos alunos, de forma que consideramos sustentada e conclusiva.

Na análise da complexidade dos exames, em cada ano especificamente e comparativamente ao longo do período de análise criámos uma fórmula para quantificação do Índice SOLO de cada exame, nos termos seguintes, que entendemos refletir todos os critérios de ponderação relevantes:

$$\text{Índice SOLO} = CP \times \frac{(IC)}{200} + CU \times \frac{(IC)}{200} + CM \times \frac{(IC)}{200} + CR \times \frac{(IC)}{200} + CA \times \frac{(IC)}{200}$$

Em que,

CP = Cotação Pré-estrutural

CU = Cotação Uni-estrutural

CM = Cotação Multi-estrutural

CR = Cotação Relacional

CA = Cotação Abstrato

IC = Índice da categoria

Na variável “Índice da categoria”, definimos um valor correspondente ao diferente nível de exigência, nos seguintes termos:

Nível Pré-estrutural – 4

Nível Uni-estrutural – 8

Nível Multi-estrutural – 12

Nível Relacional – 16

Nível Abstrato – 20

O resultado obtido reflete o nível global de complexidade do exame em causa.

Esta fórmula demonstrou-se particularmente eficaz na análise de duas variáveis – comparação de exigência entre diferentes exames e comparação do nível de exigência requerido com os resultados finais obtidos pelos alunos.

Por fim, observámos o comportamento da média nacional de Matemática A ao longo do período de análise elaborando as conclusões daí decorrentes, de acordo com a metodologia proposta e o âmbito deste trabalho.

## 5.6 Validação

A validação deste modelo de categorização dos itens dos exames pode aferir-se, nos termos propostos por Schoenfeld (2008) e bem sintetizados por Ceia (2018), que seguimos de perto, no sentido de que o modelo será válido quando consiga oferecer um forte suporte a seu favor, os resultados obtidos sejam confiáveis e o modelo possa ser solidamente justificado. Este autor propõe um conjunto de critérios com vista à avaliação de modelos – poder descritivo, poder explicativo, campo de ação, poder preditivo, rigor e especificidade, falsificabilidade, replicabilidade, generalidade, credibilidade e múltiplas linhas de evidência. Com exceção do critério de poder preditivo, que assinala a possibilidade do modelo prever alguns fenómenos e

que entendemos que não é aplicável a um modelo de categorização, entendemos que os demais critérios se encontram preenchidos, de forma a considerar o modelo como válido.

O primeiro critério, o poder descritivo, é a capacidade do modelo em descrever de forma fiel o essencial do fenómeno que pretende descrever.

O modelo que pretendemos seguir, cumpre este critério, na medida em que apresenta as soluções hipotéticas de forma detalhada, identificando os conhecimentos envolvidos na sua elaboração, mostrando que estas soluções são razoáveis, ou seja, correspondem ao que é exigido aos alunos nos exames em causa. Por outro lado, explica de forma clara cada uma das categorizações feitas, mantendo os critérios estabelecidos para as diferentes itens. Identifica os casos em que surgem discrepâncias, casos que não são explicáveis pelo modelo ou que o contradizem.

O segundo critério, o poder explicativo, indica o grau de explicação do modelo, nomeadamente como e porquê o modelo se aplica, no sentido em que retrata em detalhe o significado de cada parâmetro, os diferentes grupos dentro de cada parâmetro e como os parâmetros se relacionam entre si. Indica as ocorrências que não têm uma explicação inequívoca ou que podem apresentar categorizações distintas para o mesmo item.

O terceiro critério, o campo de ação, revela a variedade de fenómenos a que se refere. Revelamos os exames a que se aplica o modelo, neste caso, os exames nacionais de Matemática A do 12º ano, sendo que outros autores têm vindo igualmente a aplicar o modelo para outros níveis de ensino.

O quarto critério, o poder preditivo, como dissemos, entendemos que não é enquadrável num modelo de categorização.

O quinto critério, rigor e especificidade, refere-se à necessidade de especificar o conjunto de objetos e das relações existentes entre eles.

Os termos utilizados neste modelo foram definidos de forma precisa e objetiva, de forma a serem identificáveis quer isoladamente, quer na relação entre si, correspondendo ao que efetivamente pretendem representar.

O sexto critério, da falsificabilidade, refere-se à necessidade de requerer que as afirmações ou previsões produzidas sejam não tautológicas, podendo ver a sua exatidão testada empiricamente.

A terminologia deve ser rigorosa, não repetindo termos com significados distintos ou ambíguos.

O sétimo critério, replicabilidade, generalidade e credibilidade depende do rigor colocado na construção do modelo. O modelo tem sido testado em diversos graus de ensino, de forma consistente e coerente. Estas replicações só puderam ser conseguidas porquanto as categorias e os critérios de categorização foram claramente definidos e são claramente entendidos pelos aplicadores do modelo. A viabilidade da replicação aponta, assim, para a replicabilidade, generalidade e credibilidade do modelo.

Por fim, o oitavo critério, múltiplas linhas de evidência (triangulação), consiste em procurar diversas fontes de informação sobre o modelo, que garantam que o modelo se mantém consistente. A forma como o modelo é aplicado e aplicável aos diversos exames, nos diferentes níveis de ensino contribui para que se possa considerar também esse critério como verificado.

Validada a proposta metodológica, ensaiaremos propostas conclusivas relativas à qualidade, critérios e exigência da avaliação da disciplina de Matemática A no período e com o âmbito definidos.

Estas propostas conclusivas diferenciam-se de conclusões propriamente ditas, porquanto têm como objetivo, tão-só, demonstrar a pertinência da metodologia enquanto instrumento de análise. As conclusões propriamente ditas sobre a qualidade da avaliação necessitarão sempre de uma abordagem holística ao sistema, que não se resume à aplicação da Taxonomia enquanto instrumento.

Partindo deste modelo, adaptámos o modelo de categorização ao contexto baseado no programa oficial do ensino da Matemática A do 11º e 12º ano de escolaridade (Programa e Metas Curriculares Matemática A<sup>1</sup>), bem como no conteúdo dos documentos de apoio elaborados pelo Ministério da Educação.

---

<sup>1</sup> [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt)



## **6 Análise e categorização SOLO de itens dos exames Nacionais de Matemática A**

### **6.1 Objeto - Categorização SOLO**

Para a categorização SOLO dos itens seguimos de muito perto o trabalho desenvolvido por Mário Ceia, que elaborou um modelo de aplicação da Taxonomia SOLO enquanto metodologia de análise de questões (Ceia, 2002).

Uma das características e virtudes da Taxonomia SOLO é, como vimos, a possibilidade de utilização de conceitos adaptáveis a diferentes intenções, seja de avaliação, seja enquanto instrumento metodológico. É uma Taxonomia que estabelece um sistema simples de categorias que não depende do conteúdo disciplinar ou temático avaliado e que pode ser aplicado como instrumento para vários propósitos.

Seguindo a proposta metodológica deste autor, iniciámos um processo de categorização dos exames a partir da análise dos seus itens. Os itens foram analisadas na perspetiva da resolução convocada na resposta, isto é, da solução hipotética do item. A análise das soluções hipotéticas ou propostas de resolução, permitir-nos-á categorizar os itens de acordo com o nível de dificuldade que apresentam.

Na proposta de resolução de cada item analisada no âmbito deste trabalho, procurámos ser coerentes com os conhecimentos e capacidades expectáveis para um aluno do 12º ano, tendo em conta as competências e conhecimentos decorrentes do programa oficial da disciplina, com os critérios de correção e classificação com as propostas de resolução dos exames apresentadas por instituições associativas ligadas à Matemática ou ao ensino da Matemática e com os procedimentos apontados em manuais de apoio que consultámos, em relação aos programas a cada momento vigentes.

Concebida uma solução hipotética, esta foi examinada de acordo com três parâmetros: Tópicos, Procedimentos e Conclusões (Topics, Procedures and Conclusions, na terminologia original em Biggs e Collis, 1982).

Os três parâmetros foram estabelecidos à semelhança dos parâmetros que Biggs e Collis utilizaram na Taxonomia SOLO.

O parâmetro “Tópicos” estabelece os critérios que permitem analisar os conhecimentos e informações matemáticas envolvidos na resolução dos itens, isto é, os conteúdos, Temas ou informações utilizados na resolução de cada item, definidos pelos programas da Disciplina.

Na análise deste parâmetro considerámos dois aspetos: o número de tópicos utilizados na resolução construída e a adequação desses tópicos ao grau de escolaridade a que se destina o exame. O número de tópicos envolvidos na construção da solução resulta da contagem dos descritores explicitados nos programas correspondente a esse grau de escolaridade.

Se existir um único descritor consideraremos que foi utilizado um único tópico, o que corresponderá às categorias uni-estrutural ou pré-estrutural. Se existirem dois ou mais descritores diremos que estão envolvidos mais do que um tópico, correspondendo às categorias abstrato, relacional ou multi-estrutural. Não existe qualquer tipo de descritor quando se trata de um conhecimento do senso comum, o que corresponderá à categoria pré-estrutural.

Sempre que existam, para os tópicos envolvidos na resolução de um item, descritores nos respetivos programas, o tópico será adequado ao grau de escolaridade, o que corresponde às categorias relacional, multi-estrutural e uni-estrutural.

Quando os descritores surgem em programas de Matemática de graus de escolaridade mais avançados, de nível superior ao exigido no grau de escolaridade em análise ou quando os tópicos estão num descritor de um programa de grau de escolaridade anterior ou respeita a aspetos do senso comum, sem ligação direta à Matemática, a situação será enquadrada na categoria abstrato ou na categoria pré-estrutural, respetivamente.

O parâmetro “Procedimentos” analisa as ações utilizadas na resolução dos itens. Um primeiro aspeto a ter em conta será verificar se essas ações são réplicas de outras já anteriormente utilizadas ou se, pelo contrário, são inéditas. Um segundo fator a testar, nos casos em que são utilizados pelo menos dois tópicos, se estes são trabalhados de forma interligada. Para verificar se um determinado procedimento é uma réplica ou inédito recorreremos aos programas do 12º ano, relativos ao exame em análise. Desta forma, se a ação estiver descrita no programa, quer nos objetivos quer nas notas metodológicas, ou ainda noutra qualquer secção, estamos perante uma ação que reproduz uma prescrição do programa, pelo que se trata de um procedimento que é uma réplica. Este tipo de procedimento deverá ser encontrado nas categorias relacional, multi-estrutural e uni-estrutural. Se a ação estiver prescrita em programas de grau superior ou não estiver de todo prescrita, classificamos o procedimento como inédito, enquadrando-o na categoria abstrato. Caso as ações estejam prescritas em programas de nível inferior ou não estejam de todo prescritas, pelo fato de serem situações do senso comum, não sendo possível estabelecer qualquer hipótese de trabalho ou estratégia prescrita no programa, que configura um caso que não se pode enquadrar em qualquer dos tipos anteriores, réplica ou inédito, corresponderá a um procedimento próprio da categoria pré-estrutural. No caso do



segundo fator, sempre que dois ou mais tópicos sejam utilizados para estabelecer a estratégia a utilizar, se as ações evidenciarem a aplicação desses tópicos de forma integrada e simultânea diremos que estamos perante um procedimento interligado, próprio das categorias abstrato e relacional.

Se, por outro lado, as ações mostram a aplicação dos tópicos de forma isolada e sucessiva, uma após a outra, o procedimento será compartimentado e atribuído à categoria multi-estrutural.

Por fim, nas “Conclusões” analisamos se a resposta obtida respeita as eventuais hipóteses de trabalho construídas, as condições e as informações colocadas no item, e os tópicos matemáticos envolvidos na resolução. Se a solução encontrada respeita as condições e informações estabelecidas no item, as hipóteses de trabalho estabelecidas, os tópicos matemáticos envolvidos e a eventual ocorrência de diferentes soluções, garantindo a coerência entre todos estes elementos, estamos perante uma conclusão conciliada, ou de Tipo 1, própria da categoria abstrato e, em algumas situações, casos em que as hipóteses de trabalho são réplicas de trabalho efetuado durante a escolaridade, da categoria relacional. Na situação em que a conclusão do item depende exclusivamente da harmonização entre os tópicos matemáticos envolvidos ou, ainda, quando as condições do item desempenham um papel secundário ou que não são relevantes para a obtenção da solução, consideramos que se trata de uma conclusão parcialmente conciliada, ou de Tipo 2 e será esperada normalmente nas categorias multi-estrutural e uni-estrutural, mas que poderá também ocorrer na categoria relacional. Quando a conclusão não pode ser incluída nas categorias anteriores, por não existir qualquer tipo de condições a respeitar ou não ser necessário qualquer conhecimento matemático, pelo que na obtenção da solução não poderá existir harmonização entre os elementos referidos, referimo-nos a estas situações como conclusões não conciliadas e próprias da categoria pré-estrutural.

## **6.2 Operacionalização da Taxonomia**

Para aplicação da metodologia de categorização dos itens cada exame procedemos à reprodução de cada item, transcrevemos os Critérios Específicos de Classificação e elaborámos uma proposta de resolução com base nas propostas de resoluções apresentadas pelo IAVE, pela Sociedade Portuguesa da Matemática e pela Associação de Professores de Matemática.

Na sequência da proposta de resolução elaborada para cada item, prosseguimos para a Categorização do item de acordo com os três parâmetros propostos - Tópicos, Procedimentos e Conclusão – terminando com a Categorização do item num dos vários níveis propostos na Taxonomia SOLO.

A análise dos exames para aplicação da metodologia, foi necessariamente extensa. Esta análise foi precedida de ampla discussão, onde tivemos a oportunidade de recolher o contributo do Dr. Mário Ceia e do Prof. José Manuel Matos, e partilhámos pontos de vista com colegas, nomeadamente com o grupo de Seminário de Educação de Matemática da Universidade Nova. Percorremos 18 exames nacionais, num período de tempo relevante, que nos permitisse demonstrar a viabilidade da aplicação da metodologia proposta enquanto instrumento de identificação de elementos relevantes da qualidade da avaliação.

As virtudes do método proposto não seriam facilmente identificáveis se nos limitássemos a um único período de avaliação. Os dados recolhidos nessas condições seriam frágeis e inconclusivos, por não terem sido sujeitos aos testes de repetição, comparação e coerência que legitimam os resultados metodológicos.

Com isso, não pretendemos dizer que a metodologia não seja aplicável a um exame ou período de avaliação em concreto. Pode e deve ser aplicada a situações isoladas. Apenas justificamos a necessidade de exaustividade do teste, como pressuposto de validação da metodologia, isto é, se chegarmos ao fim da nossa análise e pudermos dizer que aplicámos a metodologia numa sucessão de objetos individuais de análise (os exames), numa sequência ordenada e tendencialmente uniforme e que os resultados obtidos foram comparáveis e coerentes entre si, permitindo tirar conclusões, concluiremos que a metodologia é válida e apresenta resultados úteis para os fins que se propõe, neste caso, enquanto instrumento de análise da qualidade da avaliação.

A metodologia, como dissemos, foi aplicada em 18 exames diferentes, sobre os quais nos debruçámos durante um período significativo, de forma a conseguir apresentar propostas de resolução dos itens o mais unânimes possível. Como suporte de validação do nosso trabalho, apresentamos as nossas propostas de resolução em relação a cada uma dos itens dos exames, que podem ser consultadas, avaliadas e testadas no anexo II (Vol II) que partilhamos com esta tese.

Para cada item elaborámos uma “Ficha de questão”, onde identificámos o item, os critérios específicos de classificação, apresentámos uma proposta de resolução e categorizámos o item de acordo com os três parâmetros propostos - Tópicos, Procedimentos e Conclusão –

terminando com a Categorização do item num dos vários níveis propostos na Taxonomia SOLO.

Todo esse trabalho de elaboração da proposta de resolução e a subsequente proposta de categorização de cada um dos itens serviu de base para as propostas conclusivas constantes do capítulo seguinte.

Na resolução pormenorizada dos itens considerámos os itens adequados a cada passo da proposta de resolução, enunciamos os tópicos identificados em concreto para categorizar os itens.

Como referencial para a identificação dos tópicos seguimos os conteúdos propostos por Carvalho, et al. (Carvalho, et al., 2002), que constam também do anexo I (Vol II).

Por ser uma parte extremamente extensa do nosso trabalho, optámos, por um critério de eficiência no método expositivo, enunciar apenas quatro exemplos de itens retiradas dos exames nacionais de Matemática A 12º ano, tanto da 1ª fase como da 2ª fase e que elegemos como pertinentes para efeito de apresentação do método e remetemos para o anexo II (Vol II) os exames propriamente ditos e a proposta de resolução e categorização de todas as restantes itens colocadas aos alunos nos 18 exames nacionais da disciplina de Matemática A, disponíveis na página online do Instituto de Avaliação Educativa (IAVE) do Ministério da Educação, realizados entre 2006 e 2014.

Os itens foram ainda categorizadas de acordo com os conteúdos programáticos do 12º ano, em três Temas e do 11º ano, em um Tema, uma vez que durante o período de análise o exame passou a incluir também itens relativos ao 11º ano.

Assentes os métodos, pressupostos, critérios e objeto da análise, apresentamos alguns exemplos de categorização de itens retiradas dos exames nacionais de Matemática A 12º ano, tanto da 1ª fase como da 2ª fase.

Escolhemos os itens que se seguem como exemplos, por considerarmos que são representativas dos itens que mais comumente aparecem nos exames analisados, por um lado, e, por outro, por nelas se conseguir facilmente evidenciar os elementos convocados para a categorização. Reiteramos, no entanto, que não nos limitámos à categorização destes itens que aqui deixamos como exemplo, remetendo para o anexo II (Vol II) a categorização de todos os itens da primeira e segunda fase dos exames nacionais de Matemática A do 12º ano realizados entre 2006 e 2014.

### 6.2.1 Exemplo 1 – Uni-estrutural

O item seguinte foi retirada do exame nacional Matemática A 12º ano de 2009, 1ª fase e representa um exemplo de item com categorização uni-estrutural.

#### Item 3

Considere uma variável aleatória  $X$ , cuja distribuição de probabilidades é dada pela tabela seguinte.

$x_i$	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{k}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{k}{4}$

Qual é o valor de  $k$ ?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

#### 6.2.1.1 Critérios específicos de classificação

RESPOSTA: B.

#### 6.2.1.2 Proposta de resolução

Como a soma das probabilidades é 1, temos que:

$$\frac{k}{8} + \frac{1}{4} + \frac{k}{4} = 1 \Leftrightarrow \frac{k}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2k}{8} = \frac{8}{8} \Leftrightarrow k + 2 + 2k = 8 \Leftrightarrow 3k = 8 - 2 \Leftrightarrow k = \frac{6}{3} \Leftrightarrow$$

$k = 2$  (12º ano; Tema I: 2.2); Resposta: B.

#### 6.2.1.3 Categorização do item

#### TÓPICOS

Para responder ao item, o aluno tem de identificar e analisar a tabela apresentada. Deve determinar o valor da incógnita presente na tabela de distribuição de probabilidades e tem de conhecer e dominar as propriedades inerentes á tabela de distribuição. Tem que resolver corretamente a equação necessária para responder ao item.

Existe um único conhecimento envolvido (um tópico) e de grau adequado ao nível de escolaridade em presença: “Variável aleatória; função massa de probabilidade: - distribuição de probabilidades de uma variável aleatória discreta; distribuição de frequências versus distribuição de probabilidades” (Carvalho, et al., 2002).

Estamos perante um tópico que está no programa de 12º ano, “Tema I - Probabilidades e Combinatória” (Carvalho, et al., 2002).

## PROCEDIMENTO

O tipo de processo solicitado é uma réplica, dado que se enquadra no trabalho normal para este grau de escolaridade, a resolução envolve a aplicação de hipóteses de trabalho e de estratégias descritas no currículo previsto no programa do 12º ano.

## CONCLUSÕES

A resposta decorre exclusivamente dos procedimentos matemáticos envolvidos na resolução, não sendo necessário, no final, atender às condições do contexto estabelecido no item.

A resposta é do Tipo 2.

## CATEGORIZAÇÃO

Podemos então classificá-la na **categoria uni-estrutural**.

### 6.2.2 Exemplo 2 – Multi-estrutural e Relacional

O item seguinte foi retirada do exame nacional Matemática A 12º ano de 2010 da 1ª fase e representa um exemplo do item com duas alíneas sendo a categorização a) multi-estrutural e b) relacional.

#### Item 6

a) Considere a função  $f$ , de domínio  $]-\infty, 2\pi]$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax + b + e^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x - \sin(2x)}{x} & \text{se } 0 < x \leq 2\pi \end{cases} \quad \text{com } a, b \in \mathbb{R}$$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

Prove que a reta de equação  $y = ax + b$ , com  $a \neq 0$ , é uma assíntota oblíqua do gráfico de  $f$ .

### 6.2.2.1 Critérios específicos de classificação

6.1. .... 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos:

#### 1.º Processo:

Referir que a recta  $y = ax + b$  é assíntota do gráfico de  $f$ ,

se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$  ..... 5 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (ax + b))$  ..... 10 pontos

Escrever  $\lim_{x \rightarrow -\infty} ((ax + b + e^x) - (ax + b))$  ..... 3 pontos

Obter  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$  ..... 3 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$  ..... 4 pontos

#### 2.º Processo:

Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  ..... 6 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax)$  ..... 6 pontos

Concluir que  $y = ax + b$  é assíntota do gráfico de  $f$  quando  $x \rightarrow -\infty$  .. 3 pontos

### 6.2.2.2 Proposta de resolução

Como o domínio da função  $f$  é  $]-\infty, 2\pi]$ , o comportamento assintótico do gráfico é verificado quando  $x \rightarrow -\infty$ , pelo que, pela definição de assíntota,  $y = ax + b$  é uma assíntota do gráfico de  $f$  se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$  (12ºano; Tema II: 1.1, 1.3, 4.1, 4.2, 4.3 e 8.3).

Calculando o valor do limite, temos

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (ax + b)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (ax + b + e^x - ax - b) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0^+$$

Pelo que podemos concluir que a reta de equação  $y = ax + b$  é uma assíntota oblíqua do gráfico de  $f$ .

### 6.2.2.3 Categorização do item

#### TÓPICOS

Para a resolução do item, o aluno tem identificar informação relevante.

Tem de saber a definição de assíntota do gráfico de uma função, mais especificamente, a assíntota oblíqua. Analisar o limite e hierarquizar os passos necessários para resolver o limite.

Conhecer propriedades de limites, cálculo de limite envolvendo funções exponenciais, existindo necessidade de conhecer as regras operatórias das exponenciais.

Foram aplicados neste item dois ou mais tópicos, tal como demonstrei anteriormente na proposta de resolução e de grau adequado ao nível de escolaridade em presença: “Funções exponenciais e logarítmicas.”, “Regras operatórias de exponenciais e logaritmos.”, “Teoria de limites.”, “Propriedades operatórias de limites.” e “Assíntotas.” (Carvalho et al., 2002).

Estamos perante tópicos que estão no programa de 12º ano, “Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial II” (Carvalho et al., 2002).

#### PROCEDIMENTO

O tipo de processo solicitado é uma réplica, dado que se enquadra no trabalho normal para este grau de escolaridade, a resolução envolve a aplicação de hipóteses de trabalho e de estratégias descritas no currículo previsto no programa do 12º ano.

Este processo mostra aplicação de vários conceitos e informações sucessivamente e de forma isolada.

#### CONCLUSÕES

A resposta encontrada respeita as informações e condições estabelecidas no item, quer sejam aspetos do contexto quer matemáticos.

Os elementos que contribuíram para a obtenção da conclusão foram harmonizados.

A resposta é do Tipo 1.

#### CATEGORIZAÇÃO

Podemos então classificá-la na **categoria multi-estrutural**.

b) Determine o valor de  $b$ , de modo que  $f$  seja contínua em  $x = 0$ .

#### 6.2.2.4 Critérios específicos de classificação

6.2. .... 10 pontos

Referir que  $f$  é contínua em  $x = 0$  se  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$  .... 1 ponto

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  ou  $f(0)$  ..... 2 pontos

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ..... 4 pontos

Levantar a indeterminação (**ver nota**) ..... 2 pontos

Indicar o valor de  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ..... 2 pontos

Obter o valor de  $b$  ..... 3 pontos

**Nota** – O examinando deve explicitar o limite notável, ou seja, exige-se que multiplique ambos os termos da fracção por 2 ou que faça uma mudança de variável.

#### 6.2.2.5 Proposta de resolução

Para que a função  $f$  seja contínua em  $x = 0$ , tem que se verificar (12ºano; Tema II: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 4.1, 4.3, 8.1 e 8.3; Tema III: 1.1,1.3)

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\bullet f(0) = a \times 0 + b + e^0 = 0 + b + 1 = b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax + b + e^x) = a(0) + b + e^0 = 0 + b + 1 = b + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x - \sin(2x)}{x} \right) = \frac{0 - \sin 0}{0} = \frac{0}{0} \text{ (indeterminação)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{x}{x} - \frac{\sin(2x)}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 1 - \frac{2 \times \sin(2x)}{2 \times x} \right) = 1 - \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 2 \times \frac{\sin(2x)}{2x} \right) =$$

$$= 1 - 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(2x)}{2x} = 1 - 2 \underbrace{\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\sin y}{y}}_{\text{Lim. Notável}} = 1 - 2 \times 1 = 1 - 2 = -1$$

(fazendo  $y = 2x$ , se  $x \rightarrow 0^+$  então  $y \rightarrow 0^+$ )

Assim, podemos determinar o valor de  $b$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow b + 1 = -1 \Leftrightarrow b = -2$$



### 6.2.2.6 Categorização do item

#### TÓPICOS

Na resolução da questão, o aluno inicialmente tem de identificar informação relevante. Saber a definição de função contínua num ponto e continuidade lateral. Analisar o limite e hierarquizar os passos necessários para resolver problema. Conhecer propriedades de limites, cálculo de limite envolvendo funções exponenciais e trigonométricas, levantar indeterminações usando mudança de variável. O aluno também tem de conhecer as funções exponenciais e trigonométricas, identificar e relacionar simultaneamente o limite notável a ele associado e reconhecer a mudança de variável necessária para a resolução do limite.

Foram aplicados dois ou mais tópicos, tal como explicitiei anteriormente na proposta de resolução: “Teoria de limites.”, “Propriedades operatórias sobre limites; limites notáveis.”, “Indeterminações.” e “Estudo intuitivo do  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x}$ .” (Carvalho et al., 2002).

Os tópicos são os adequados pois encontram-se no programa de 12º ano, “Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial II” e “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” (Carvalho et al., 2002).

#### PROCEDIMENTO

O tipo de processo solicitado é uma réplica, dado que se enquadra no trabalho normal para este grau de escolaridade, a resolução envolve a aplicação de hipóteses de trabalho e de estratégias descritas no currículo previsto no programa do 12º ano.

Este processo mostra aplicação de vários conceitos e informações de forma integrada e simultânea.

#### CONCLUSÕES

A resposta encontrada respeita as informações e condições estabelecidas no item, quer sejam aspetos do contexto quer matemáticos. Os elementos que contribuíram para a obtenção da conclusão foram harmonizados.

A resposta é do Tipo 1.

#### CATEGORIZAÇÃO

Podemos então classificá-la na **categoria relacional**.

### 6.2.3 Exemplo 3 – Abstrato

No item seguinte foi retirada do exame nacional Matemática A 12ºano de 2012 da 2ª fase e representa um exemplo do item com categorização abstrato.

#### Item 4

Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1-\sqrt{1-x^3}} & \text{se } x < 0 \\ 1 - e^{k+1} & \text{se } x = 0 \\ \frac{1-e^{4x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad \text{com } k \in \mathbb{R}$$

Resolva os itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

**4.1.** Determine  $k$ , de modo que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ .

#### 6.2.3.1 Critérios específicos de classificação

<b>4.1.</b> .....	<b>10 pontos</b>
Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .....	7 pontos
Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-e^{4x}}{x}$ .....	1 ponto
Levantar a indeterminação .....	5 pontos
Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-e^{4x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(e^{4x}-1)}{x}$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(e^{4x}-1)}{x} = \lim_{4x \rightarrow 0^+} \left( -4 \times \frac{e^{4x}-1}{4x} \right)$ (ou equivalente) ( <b>ver nota</b> ) .....	2 pontos
Referir o limite notável $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y-1}{y} = 1$ (ou equivalente) .....	1 ponto
Obter o valor de $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .....	1 ponto
Escrever $f(0) = 1 - e^{k+1}$ .....	1 ponto
Obter o valor de $k$ .....	2 pontos
<b>Nota</b> – Se o examinando escrever $x \rightarrow 0^+$ em vez de $4x \rightarrow 0^+$ , esta etapa deve ser considerada como cumprida.	

### 6.2.3.2 Proposta de resolução

Temos que  $f(0) = 1 - e^{k+1}$

(12ºano; Tema II: 4.3)

Calculando  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , vem

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{4x}}{x} = \frac{1 - e^{4(0^+)}}{0^+} = \frac{1 - 1}{0} = \frac{0}{0} \text{ (Indeterminação)} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{4x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(-1 - e^{4x})}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{4}{4} \times \frac{-(e^{4x} - 1)}{x} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( -4 \times \frac{(e^{4x} - 1)}{4x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-4) \times \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(e^{4x} - 1)}{4x}}_{\text{Lim. Notável}} = -4 \times 1 = -4\end{aligned}$$

Como se pretende que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ , vem

$$-4 = 1 - e^{k+1} \Leftrightarrow e^{k+1} = 1 + 4 \Leftrightarrow e^{k+1} = 5 \Leftrightarrow k + 1 = \ln 5 \Leftrightarrow k = -1 + \ln 5$$

(12ºano; Tema II: 1.2, 4.1, 4.2, 4.3, 5.1, 5.4, 8.1, 8.2 e 8.3)

### 6.2.3.3 Categorização do item

#### TÓPICOS

Na resolução do item, o aluno tem de analisar o item e identificar informação relevante, reconhecendo o número  $e$  e a expressão  $\ln$ . Identificar a indeterminação inerente ao cálculo do limite.

Conhecer a função logarítmica e exponencial.

Dominar o cálculo algébrico usando funções logarítmicas e exponenciais conhecendo as suas regras operatórias.

O aluno tem de relacionar e interligar a necessidade de utilizar a técnica de mudança de variável na resolução de equações. Resolver equações envolvendo funções exponenciais e logarítmicas (função inversa).

Foram aplicados neste item dois ou mais tópicos, tal como demonstrei anteriormente na proposta de resolução: “Funções exponenciais e logarítmicas”, “Regras operatórias exponenciais e logaritmos”, “Teoria de limites”, “Propriedades operatórias sobre limites; limites notáveis” e “Indeterminações” (Carvalho et al., 2002).

Os tópicos aplicados no item foram de nível igual ou superior ao programa de 12ºano, mais especificamente, são utilizados tópicos de nível superior relativos ao “Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial II” (Carvalho et al., 2002).

As indicações metodológicas dizem-nos que o programa apenas pressupõe o levantamento de indeterminações em casos simples, e neste item são colocadas indeterminações mais complexas onde se tem aplicar o método da mudança de variável para resolver o limite. “Indicações metodológicas – as indeterminações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios, o programa apenas pressupõe que se levantem as indeterminações em casos simples.” (Carvalho, et al., 2002).

### **PROCEDIMENTO**

O tipo de processo solicitado é inédito, dado que envolve a elaboração de hipóteses de trabalho e de estratégias inovadoras para este grau de escolaridade.

Ao analisarmos a resolução do item verificamos que os procedimentos estão interligados, ou seja, os procedimentos evidenciam a aplicação de vários conceitos e informações de forma integrada e simultânea.

### **CONCLUSÕES**

A resposta encontrada respeita as informações e condições estabelecidas no item, quer sejam aspetos do contexto quer matemáticos.

Os elementos que contribuíram para a obtenção da conclusão foram harmonizados.

A resposta é do Tipo 1.

### **CATEGORIZAÇÃO**

Podemos então classificá-la na **categoria abstrato**.

## 4.2. Estude a função $f$ quanto à existência de assíntotas verticais do seu gráfico.

### 6.2.3.4 Critérios específicos de classificação

<b>4.2.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Estudar a existência de assíntotas verticais do gráfico da função $f$ quando $x \rightarrow 0^-$ .....	12 pontos
Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .....	10 pontos
Escrever $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 - x^3}}$ .....	1 ponto
Levantar a indeterminação .....	5 pontos
Indicar a multiplicação de ambos os termos da fração por $1 + \sqrt{1 - x^3}$ ..	2 pontos
Efetuar a multiplicação no denominador .....	2 pontos
Referir o limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .....	1 ponto
Obter o valor de $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .....	4 pontos
Concluir que há assíntota vertical .....	2 pontos
Concluir que o gráfico de $f$ não admite outras assíntotas verticais por $f$ ser contínua em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .....	3 pontos

### 6.2.3.5 Proposta de resolução

Como a função  $f$  é contínua em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , porque resulta de operações sucessivas entre funções contínuas, só podem existir assíntotas verticais quando  $x \rightarrow 0^-$  ou quando  $x \rightarrow 0^+$  (12ºano; Tema II: 1.1, 1.2 e 1.4).

Calculando os limites temos:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{4x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(e^{4x} - 1)}{\frac{1}{4} \times 4x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4(e^{4x} - 1)}{4x} = -4 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{4x} - 1}{4x} = -4 \\ &-4 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{e^y - 1}{y} = -4 \times 1 = -4 \text{ Limite Notável (Considerando } y = 4x, \text{ se } x \rightarrow 0^+, \text{ então } y \rightarrow 0^+) \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 - x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x)(1 + \sqrt{1 - x^3})}{(1 - \sqrt{1 - x^3})(1 + \sqrt{1 - x^3})} =$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x)(1 + \sqrt{1 - x^3})}{1^2 - (\sqrt{1 - x^3})^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x)(1 + \sqrt{1 - x^3})}{1 - (1 - x^3)} = \\
&= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x)(1 + \sqrt{1 - x^3})}{1 - 1 + x^3} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sin x)(1 + \sqrt{1 - x^3})}{x^3} = \\
&= \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x}}_{\text{Limite notável}} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + \sqrt{1 - x^3}}{x^2} = 1 \times \frac{1 + \sqrt{1}}{0^-} = \frac{2}{0^-} = -\infty
\end{aligned}$$

Assim podemos concluir que  $x = 0$  é a única assíntota vertical do gráfico de  $f$  (quando  $x \rightarrow 0^-$ ) (12ºano; Tema II: 4.1, 4.2, 4.3, 5.1, 5.4, 8.3 e 8.6; Tema III: 1.1 e 1.3).

### 6.2.3.6 Categorização do item

#### TÓPICOS

Na resolução do item, o aluno, inicialmente, tem identificar informação relevante.

Tem de saber determinar a assíntota do gráfico de uma função, mais especificamente, a assíntota vertical. Analisar o limite e hierarquizar os passos necessários para resolver o limite.

Conhecer propriedades de limites, cálculo de limite envolvendo funções exponenciais e logarítmicas existindo necessidade de conhecer as regras operatórias das exponenciais e trigonométricas, levantar indeterminações, em particular, identificar o limite notável apresentado.

Foram aplicados neste item dois ou mais tópicos, tal como demonstrei anteriormente na proposta de resolução: “Funções exponenciais e logarítmicas.”, “Regras operatórias de exponenciais e logaritmos.”, “Teoria de limites.”, “Propriedades operatórias sobre limites; limites notáveis.”, “Indeterminações.”, “Assíntotas.” e “Estudo intuitivo de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .” (Carvalho, et al., 2002).

Os tópicos aplicados no item foram de nível igual ou superior ao programa de 12ºano, mais especificamente, são utilizados tópicos de nível superior relativos ao “Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial II (Carvalho, et al., 2002).

As indicações metodológicas dizem-nos que o programa apenas pressupõe o levantamento de indeterminações em casos simples, e neste item são colocadas indeterminações mais complexas onde se tem aplicar o método da mudança de variável para resolver o limite. “Indicações metodológicas – as indeterminações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios, o programa apenas pressupõe que se levantem as indeterminações em casos simples.” (Carvalho, et al., 2002).

## PROCEDIMENTO

O tipo de processo solicitado é inédito, dado que envolve a elaboração de hipóteses de trabalho e de estratégias inovadoras para este grau de escolaridade.

Ao analisarmos a resolução do item verificamos que os procedimentos estão interligados, ou seja, os procedimentos evidenciam a aplicação de vários conceitos e informações de forma integrada e simultânea.

## CONCLUSÕES

A resposta encontrada respeita as informações e condições estabelecidas no item, quer sejam aspetos do contexto quer matemáticos.

Os elementos que contribuíram para a obtenção da conclusão foram harmonizados.

A resposta é do Tipo 1.

## CATEGORIZAÇÃO

Podemos então classificá-la na **categoria abstrato**.





## **7 Análise dos dados observados nos exames**

### **7.1 Análise específica**

Conforme considerámos quando definimos os objetivos da análise, no âmbito do objetivo geral de avaliação qualitativa dos exames nacionais, pretendemos analisar o comportamento da média nacional do 12º ano ao longo do período estudado 2006 até 2014, convocando igualmente para a análise o comportamento longitudinal dos critérios de presença dos diferentes Temas bem como de cada item, de acordo com a categoria SOLO, ao longo do período de análise.

Pretendemos ainda determinar o Índice SOLO de cada exame, de acordo com a fórmula proposta, de forma a perceber o seu comportamento evolutivo e comparativo ao longo do período de análise, bem como o nível de exigência requerido em cada exame, de acordo com a categorização SOLO, em relação a cada conteúdo programático (12º ano por Temas I, II, III e 11º ano) e em cada item (por Grupos I e II).

Por fim tentaremos perceber se é identificável alguma tendência ao nível do grau de exigência dos Temas propostos nos exames.

De acordo com os pressupostos e metodologia propostos, analisámos individualmente cada um dos exames realizados, de acordo com a categorização SOLO atribuída a cada item e com o Índice SOLO do exame, durante o período de análise, de forma a demonstrar as relações necessárias à resposta a cada um dos itens colocadas.

Os resultados obtidos são refletidos nas tabelas individuais para cada exame nacional, com base nas quais extraímos os dados necessários às diferentes análises.

Por se tratar de um tema de análise essencialmente evolutiva e comparativa, considerámos também útil representar graficamente os resultados obtidos.

#### **7.1.1 Interpretação dos dados dos exames de 2006**

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2006 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 2

**Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2006 – 1ª fase**

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	27	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	32	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	42	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	5	63	0	0	0	0
TOTAL		0	0	0	0	18	200	0	0	0	0

Tabela 3

**Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2006 – 2ª fase**

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	27	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	32	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	42	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	5	63	0	0	0	0
TOTAL		0	0	0	0	18	200	0	0	0	0

Por concluirmos, após a categorização SOLO dos itens individuais, que se tratam de dois exames absolutamente equivalentes, procedemos à sua análise em conjunto.

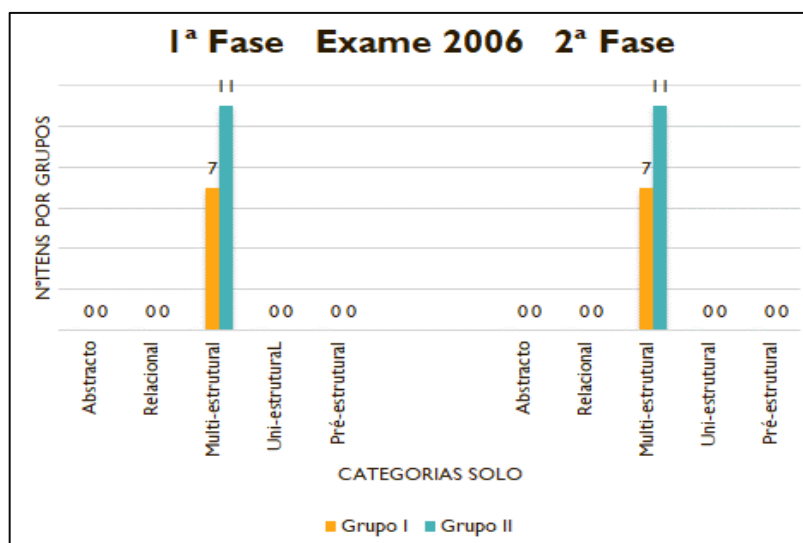
Os exames de 2006 são compostos por 18 itens, tanto na primeira como na segunda fase de exame.

De igual forma, a distribuição dos itens de acordo com a tipologia de resposta requerida é igual em ambas as fases de exame.

Em ambas as fases de exame o Grupo I é composto por sete itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 9 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 63 pontos.

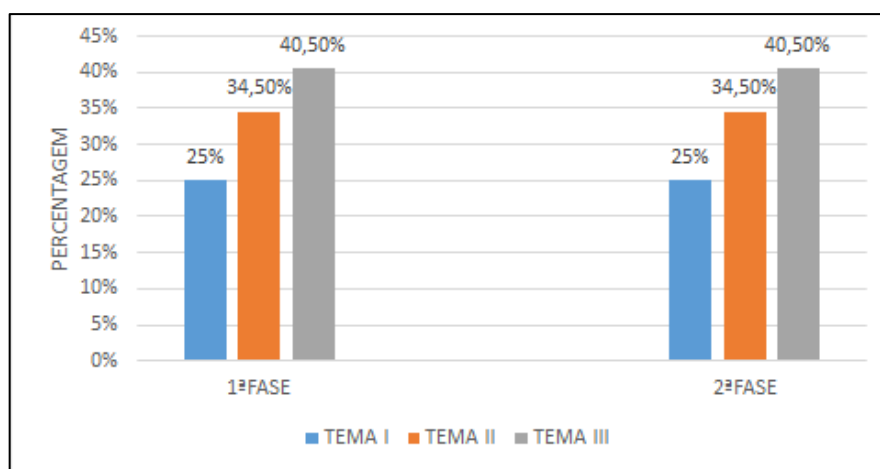
O Grupo II é composto por onze itens de pontuação variável. O número de itens relativo a cada Tema é idêntico em ambos os exames, assim como a pontuação correspondente a cada Tema. O Grupo II corresponde a uma cotação total de 137 pontos em ambas as fases de exame.

Todos os itens, em ambos os Grupos e em ambas as fases de exame, foram classificadas na categorização SOLO no nível multi-estrutural, conforme podemos observar no gráfico de barras onde cruzamos, no eixo horizontal as categorias SOLO, com o número de itens de cada categoria segundo os Grupos presentes no exame, no Eixo Vertical.



**Gráfico 1.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2006 - 1ª e 2ª fase

O gráfico seguinte retrata de uma forma clara e sucinta a coerência na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2006.



**Gráfico 2.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2006 - 1ª e 2ª fase

Constatamos, assim, que em ambas as fases de exame é atribuída uma cotação de 50 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 25 % da cotação total dos exames.

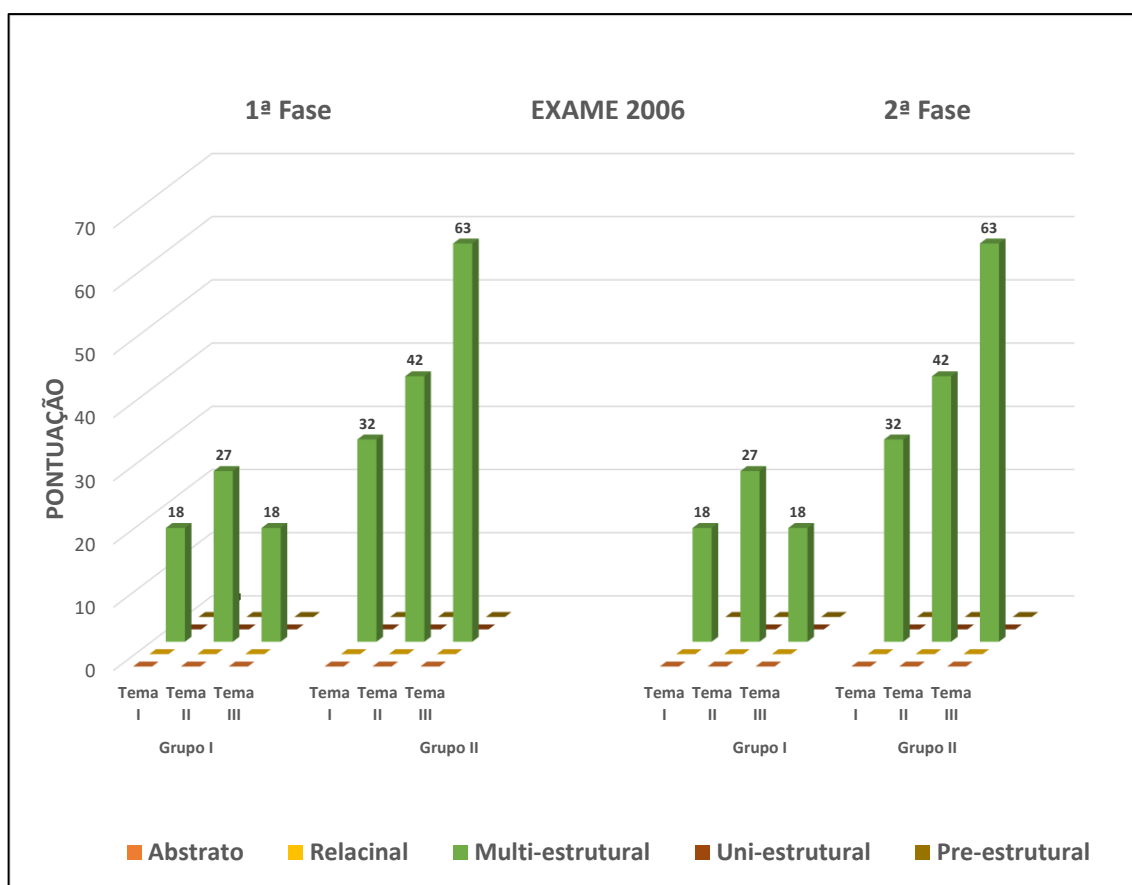
Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação global de 69 pontos que corresponde 34,5% da cotação global dos exames.

O “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” tem a cotação global de 81 pontos que corresponde a 40,5% da cotação total das provas.

Decorre do exposto que o exame de Matemática A 2006, em ambas as fases, teve maior incidência no Tema III - Trigonometria e Números Complexos, seguindo-se o Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial, e com menor incidência o Tema I - Probabilidades e Combinatória.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem simétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema III.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, todos os itens, sem exceção, se inserem no nível multi-estrutural.



**Gráfico 3.** Comparativo de incidência por Temas - 2006 - 1ª e 2ª fase

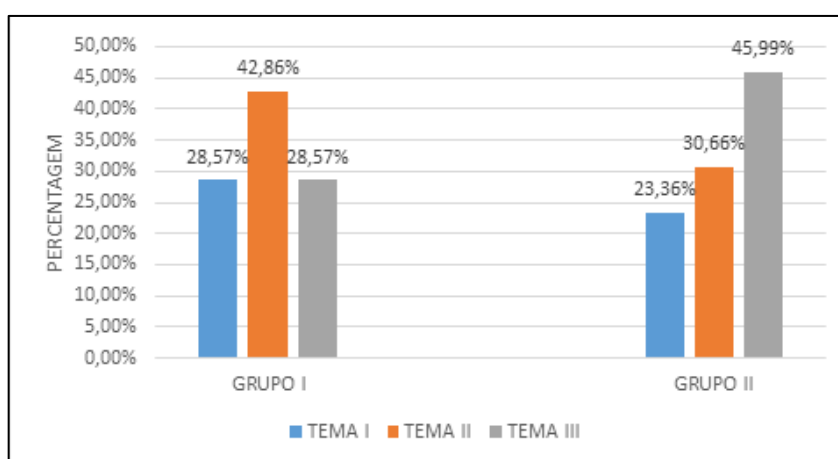
Em ambas as fases de exame de 2006, observamos que no Grupo I, com o total de 63 pontos, 18 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente 28,57 % da cotação total do Grupo. Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 27 pontos, que correspondem aproximadamente a

42,86% da cotação total do Grupo. Por fim, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 18 pontos que correspondem aproximadamente a 28,57% da cotação do Grupo. Os Temas I e III têm igual distribuição de pontos enquanto que Tema II tem uma maior valorização neste Grupo.

Da mesma forma, em ambas as fases de exame de 2006, na análise isolada do Grupo II, ao qual é atribuída a pontuação global de 137 pontos, verificamos que estão atribuídos 32 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 23,36% da cotação total do Grupo II. Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II”, estão atribuídos 42 pontos, que correspondem aproximadamente a 30,66% da cotação total do Grupo.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 63 pontos, que correspondem aproximadamente a 45,99% da cotação total do Grupo II.

Assim, nos itens do Grupo II, concluímos que é atribuída maior valorização ao Tema III, seguindo-se o Tema II e finalmente o Tema I, conforme podemos observar no gráfico seguinte.



**Gráfico 4.** Comparativo de valorização por Temas abordados – 2006 – 1ª e 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade dos exames, procuramos determinar o Índice SOLO de acordo com a fórmula proposta.

Em ambas as fases de exame verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 200 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} = 12$$

Tendo observado que todos os itens se inseriam, invariavelmente, no nível multi-estrutural, ao qual obtivemos no cálculo do Índice SOLO o montante 12, ou seja, concluímos que o grau de dificuldade de ambas as fases de exame, na escala de 0 a 20, é de 12.

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2006 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 81 em 200 pontos.

A média nacional do exame de Matemática A de 2006 do 12º ano, na 2ª fase, foi de 80 em 200 pontos.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- À similaridade dos exames corresponde a similaridade nos resultados;
- A média nacional foi negativa, em ambos os exames;

### 7.1.2 Interpretação dos dados dos exames de 2007

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2007 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 4

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2007 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	4	36	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	1	9	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	32	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	18	3	50	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	3	37	0	0	0	0
TOTAL		0	0	1	18	16	182	0	0	0	0

Tabela 5

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2007 – 2ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	27	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	18	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	32	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	4	66	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	3	39	0	0	0	0
TOTAL		0	0	0	0	17	200	0	0	0	0

Os exames de 2007 são compostos por 17 itens, tanto na primeira como na segunda fase de exame. Os exames de 2006 eram compostos por 18 itens.

De igual forma, a distribuição de itens de acordo com a tipologia de resposta requerida é igual em ambas as fases de exame.

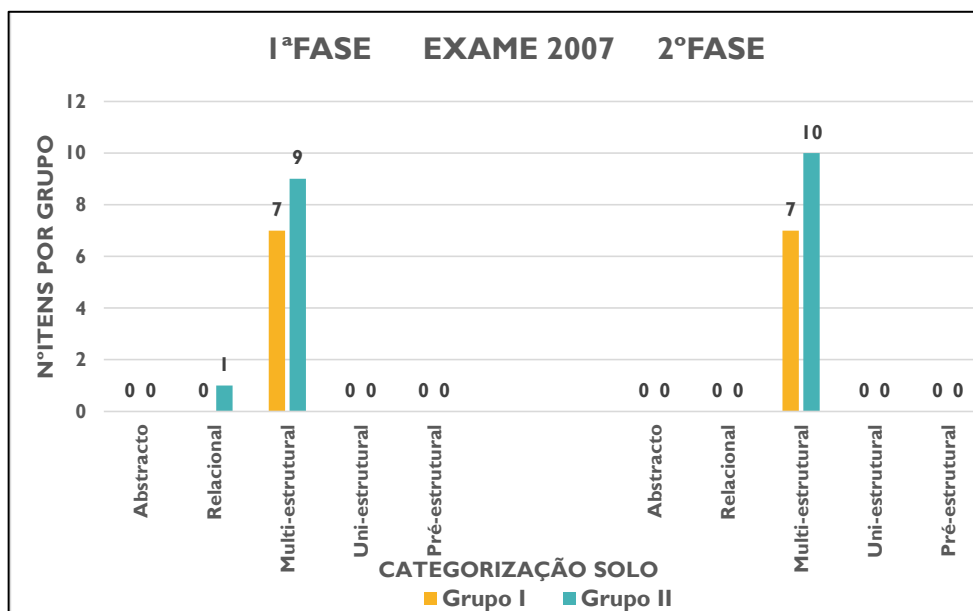
Em ambas as fases de exame o Grupo I é composto por sete itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 9 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 63 pontos.

O Grupo II é composto por dez itens de pontuação variável. O Grupo II corresponde a uma cotação total de 137 pontos em ambas as fases de exame.

Decorre ainda da análise, comparativamente com os exames do ano anterior, que não se verifica a absoluta similaridade nas provas, conforme verificado em 2006, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas.

Por outro lado, verificamos que o exame da 1ª fase contém um item classificada na categorização SOLO como relacional correspondente ao “Tema II- Introdução ao Cálculo Diferencial” no Grupo II do exame, estando todos os restantes itens classificadas na categorização SOLO ao nível multi-estrutural.

Já no exame da 2ª fase todos os itens foram classificadas na categorização SOLO multi-estrutural, denunciando, desde logo, um grau de dificuldade um pouco inferior, conforme demonstraremos, ainda que tal diminuição de dificuldade não venha a refletir-se na média final obtida. De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fases de exame.

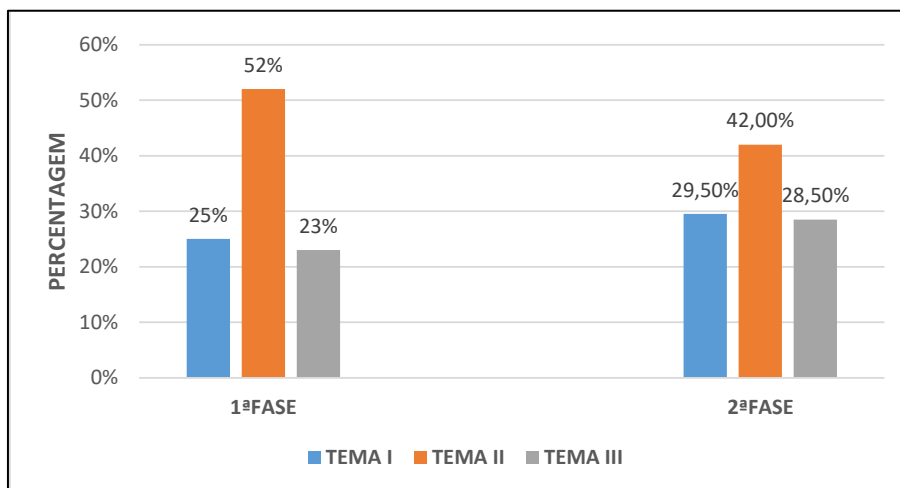


**Gráfico 5.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2007 - 1ª e 2ª fase

Assim, na 1ª fase do exame de 2007, 182 pontos estão atribuídos a itens com categorização SOLO multi-estrutural, ou seja, 91% do exame, enquanto que 18 pontos foram atribuídos a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 9% do exame.

No exame da 2ª fase de 2007 observamos, tal como referimos anteriormente, que todos os itens têm categorização SOLO multi-estrutural.

No gráfico seguinte, demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2007.



**Gráfico 6.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2007 - 1ª e 2ª fase

Constatamos, assim que na primeira fase de exame é atribuída uma cotação de 50 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 25 % da cotação total do exame.

Já na segunda fase de exame é atribuída uma cotação de 59 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 29,5 % da cotação total do exame.

Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 104 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde 52% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 84 pontos, que corresponde 42% da cotação global do exame.

Relativamente aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 46 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 23% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 57 pontos, que corresponde a 28,5% da cotação global da prova.

Decorre do exposto que o exame de Matemática A 2007, em ambas as fases, teve maior incidência no Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II, com 52% e 42% da cotação global dos exames na primeira e segunda fase, respetivamente.

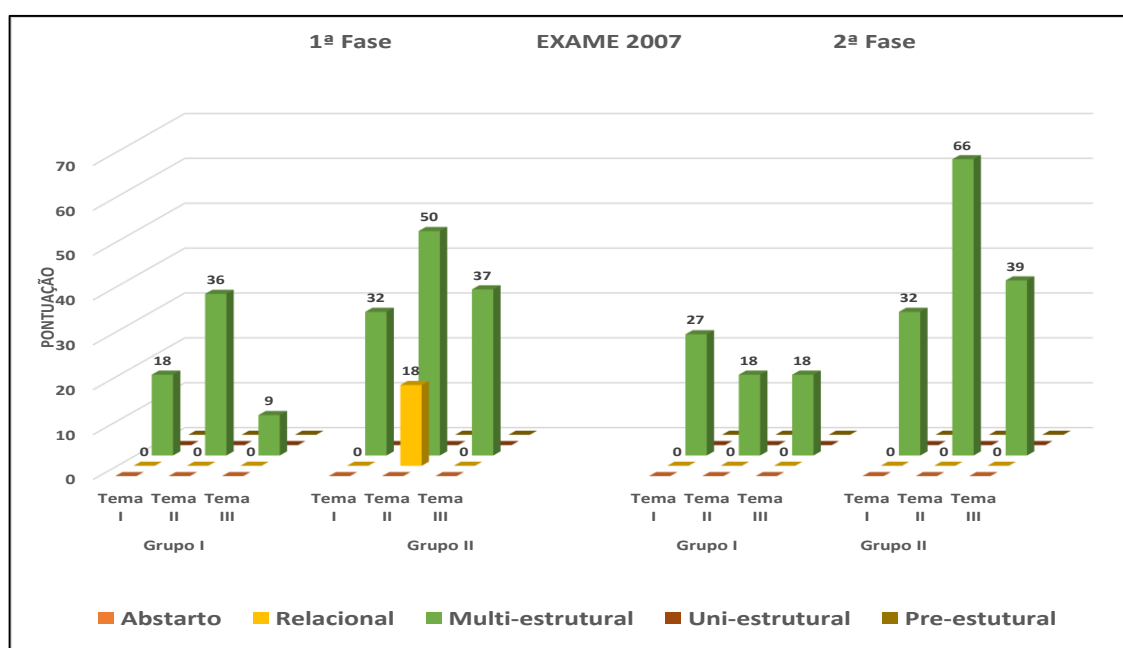


Em ambas as fases de exame, a distribuição de incidência prosseguia com prevalência do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” e por fim do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos”.

Comparativamente com as duas fases de exame de 2006, identificamos então uma diferença na incidência atribuída aos diferentes Temas, recordando que nesse ano a ordem de incidência prevalecia no Tema III - Trigonometria e Números complexos, seguindo-se o Tema II - Introdução ao Cálculo Diferencial, e com menor incidência o Tema I - Probabilidades e Combinatória.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a primeira fase tinha 18 pontos atribuídos a um item de nível relacional, enquanto na segunda fase, à semelhança dos exames de 2006, todos os itens, sem exceção, se inserem no nível multi-estrutural.



**Gráfico 7.** Comparativo de incidência por Temas - 2007 - 1ª e 2ª fase

Prosseguindo com a análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 63 pontos, 18 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente 28,57 % da cotação total do Grupo I, tal como em ambas as fases do exame de 2006.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 36 pontos, que correspondem aproximadamente a 57,14% da cotação total do Grupo I.

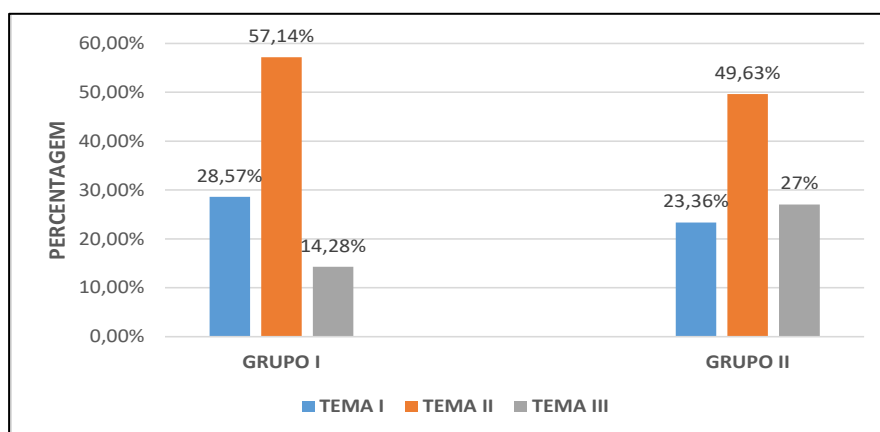
Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 9 pontos, que correspondem aproximadamente a 14,28% da cotação total do Grupo I.

Assim, relativamente aos itens do Grupo I, verificamos que o Tema II absorve mais de 50% da cotação global atribuída aos itens de resposta múltipla e que o Tema III tem metade da distribuição dos pontos atribuídos ao Tema I.

Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 137 pontos, verificamos que estão atribuídos 32 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 23,36% da cotação do Grupo II, o que mantém a tendência de incidência já constatada em ambos os exames de 2006.

No entanto, ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão agora atribuídos 68 pontos, que correspondem a aproximadamente 49,63% da cotação total do Grupo II, enquanto nos exames de 2006 a pontuação atribuída a este Tema, no Grupo II, correspondia apenas a 30,66% da cotação total do Grupo. Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 37 pontos, que correspondem a 27% da cotação do Grupo II, o que compara com a incidência de 45,99% (praticamente o dobro) nos exames de 2006.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema II absorve quase metade da cotação atribuída aos itens de desenvolvimento, seguindo-se o Tema III e com menor percentagem o Tema I, conforme se demonstra no gráfico seguinte:



**Gráfico 8.** Valorização por Temas abordados – 2007 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2007, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\begin{aligned}\text{Índice-SOLO} &= 182 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 18 \times \\ &\quad \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} = 12,36\end{aligned}$$

Tendo observado a introdução de um item de categoria relacional, diferentemente do que se verificou em ambas as fases de exame de 2006, em que todos os itens se inseriam, invariavelmente, no nível multi-estrutural, concluímos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, é de 12,36.

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2007 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 93,9 em 200 pontos.

Analisando agora a segunda fase de exame de 2007, observamos, que no Grupo I, com o total de 63 pontos, 27 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente a 42,86 % da cotação do Grupo I, quando no exame da primeira fase e, bem assim, em ambos os exames de 2006, apenas 18 pontos estavam atribuídos no Grupo I a este Tema.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 18 pontos, que correspondem aproximadamente a apenas 28,57% da cotação total do Grupo I, quando, na primeira fase, estavam atribuídos 36 pontos a este Tema no Grupo I.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase 18 pontos, que correspondem aproximadamente a 28,57% da cotação do Grupo I, quando, na primeira fase, estavam atribuídos apenas 9 pontos.

O que significa que o Tema II e Tema III têm igual distribuição de pontos enquanto que o Tema I tem uma maior valorização em relação aos anteriores, o que compara com a primeira fase de exame em que verificámos que o Tema II absorvia mais de 50% da cotação global atribuída aos itens de resposta múltipla e que o Tema III tinha apenas metade da distribuição dos pontos atribuídos ao Tema I.

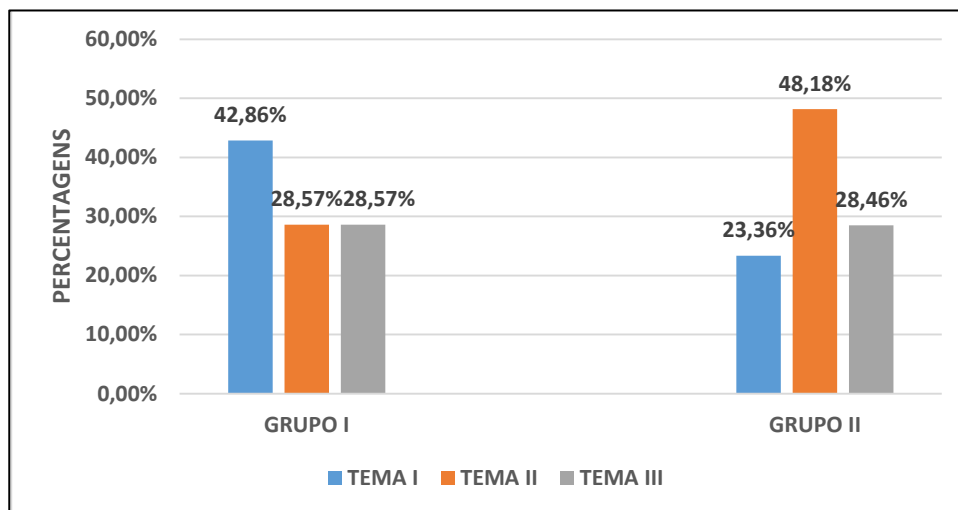
Na análise isolada do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 137 pontos, verificamos que estão atribuídos 32 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 23,36% da cotação do

Grupo II, o que compara com a tendência de incidência já constatada em ambos os exames de 2006 e na primeira fase de exame, mantendo-se rigorosamente inalterada.

Já quanto ao “Tema II – Introdução ao Calculo Diferencial II” estão agora atribuídos 66 pontos, que correspondem a aproximadamente 48,15% da cotação total do Grupo II, mantendo a tendência da primeira fase em que a incidência foi de 49,63%, sendo que nos exames de 2006, conforme já constatámos, a pontuação atribuída a este Tema, no Grupo II, correspondia apenas a 30,66% da cotação total do Grupo.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 39 pontos, que correspondem a 28,46% da cotação do Grupo II, mantendo também a tendência da primeira fase e contrasta com a incidência de 45,99% nos exames de 2006, como vimos.

Concluimos que, à semelhança da primeira fase, o Tema II é mais valorizado nos itens de desenvolvimento seguindo-se o Tema III e finalmente o Tema I.



**Gráfico 9.** Valorização por Temas abordados – 2007 – 2ª fase

Como observamos no gráfico a distribuição dos Temas difere quanto aos Grupos, tal como dentro do mesmo Grupo não é uniforme a distribuição dos Temas.

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2007, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 200 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} = 12$$

Retomando a estrutura verificada em ambas as fases de exame de 2006, verificamos que todos os itens se inserem, invariavelmente, no nível multi-estrutural, ao contrário do exame da

primeira fase de 2007, em que foi identificado um item de categoria relacional, do que resulta que o grau de dificuldade da segunda fase de exame, na escala de 0 a 20, é de 12, tal como em 2016, mas inferior ao grau de dificuldade da primeira fase que, como vimos, calculámos em 12,36.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação<sup>2</sup> observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2007 do 12º ano de escolaridade, na 2ª fase, foi de 93,4 em 200 pontos, o que compara com a média de 93,9 verificada na 1ª fase, e com a média nacional da primeira e segunda fases de exame de Matemática A de 2006, que foi de 81 e 80 pontos, respetivamente.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- A ligeira diminuição no grau de dificuldade constatado na prova da segunda fase não se traduziu numa melhoria dos resultados. Pelo contrário, os resultados da segunda fase foram ligeiramente inferiores.
- A média nacional manteve-se negativa, em ambos os exames, verificando-se, no entanto, uma melhoria que não pode ser desvalorizada em relação aos resultados verificados em 2006.

### 7.1.3 Interpretação dos dados dos exames de 2008

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2008 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 6

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2008 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	2	10	1	5	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	5	70	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	15	2	30	0	0	0	0
TOTAL		0	0	1	15	17	180	1	5	0	0

<sup>2</sup> in [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt)

Tabela 7

**Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2008 – 2ª fase**

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	4	60	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	10	3	45	0	0	0	0
TOTAL		0	0	1	10	18	190	0	0	0	0

Verificámos na análise dos exames dos anos anteriores que, em 2007, os exames de ambas as fases eram constituídos por 17 itens e em 2006, por 18 itens.

Nos exames de 2008 é solicitada a resposta a 19 itens, em ambas as fases de exame.

Manteve-se o critério de igualdade na distribuição dos itens de acordo com a tipologia de resposta requerida, em ambas as fases de exame.

Em ambas as fases de exame o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.

Verificamos, assim, uma diminuição significativa da valorização dos itens de escolha múltipla, comparativamente com os exames dos anos 2006 e 2007, em que cada item do Grupo I valia 9 pontos e o conjunto dos itens de resposta múltipla, um total de 63 pontos.

Em consequência, verifica-se a valorização dos itens de desenvolvimento, constatando-se que ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases, a uma cotação de 160 pontos, comparativamente com os 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

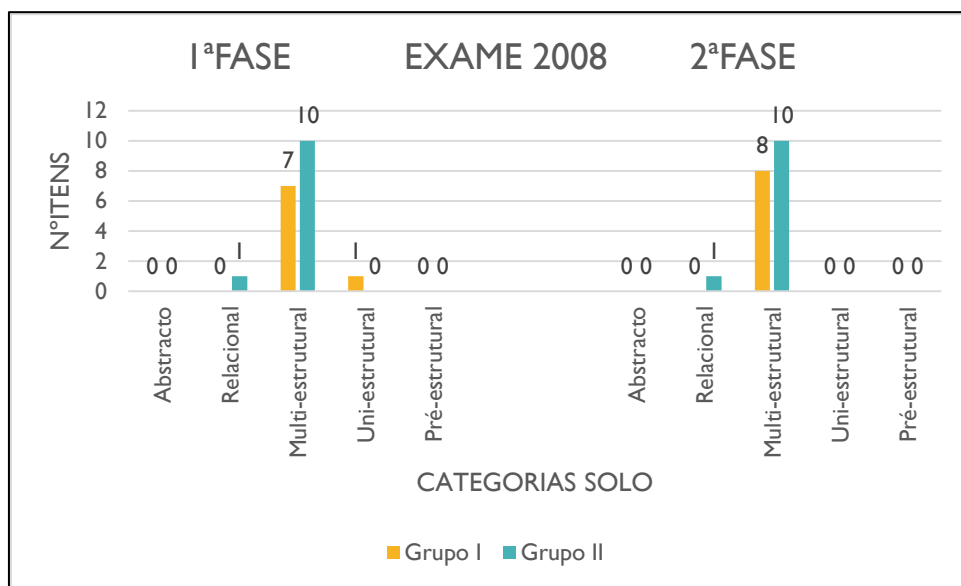
Tal como já constatado em relação aos exames de 2007 e ao contrário do que foi regra em 2006, decorre também da análise, que não se verifica a absoluta similaridade nas provas, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas.

Verificamos que em ambas as fases de exame de 2008 se mantém a exigência de resposta a um item classificada na categorização SOLO como relacional, tal como na 1ª fase de exame de 2007, mas desta feita, correspondente, em ambas as fases, ao “Tema III- Trigonometria e Números Complexos” no Grupo II do exame.

Por outro lado, verificamos que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a um item de escolha múltipla (Grupo I) classificada na categorização SOLO ao nível uni-estrutural, relativa ao Tema II.

Já no exame da segunda fase todos os itens do Grupo I foram classificadas na categorização SOLO como multi-estrutural, verificando-se, em contrapartida, uma desvalorização da pontuação atribuída a um item classificado na categorização SOLO relacional, que passou de 15 para 10 pontos.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.

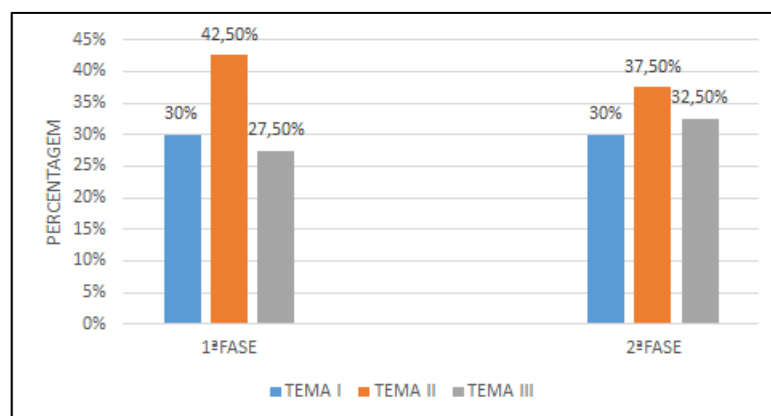


**Gráfico 10.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2008 - 1ª e 2ª fase

Assim, na primeira fase de exame de 2008, 180 pontos correspondem a itens com categorização SOLO de multi-estrutural, ou seja, 90% do exame, enquanto que 15 pontos correspondem a itens com categorização relacional, ou seja 7,5% do exame e 5 pontos, ou seja, 2,5% correspondem a itens com categorização uni-estrutural.

Já na segunda fase de exame todas os itens têm categorização SOLO de multi-estrutural, exceto um item que a categorização SOLO relacional correspondendo 190 pontos, ou seja 95% do exame, a itens de nível multi-estrutural e apenas 10 pontos, 5% do exame no nível relacional.

No gráfico seguinte, demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2008.



**Gráfico 11.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2008 - 1ª e 2ª fase

Em ambas as fases de exame é atribuída uma cotação de 60 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 30 % da cotação total dos exames.

Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 85 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde 42,5% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 75 pontos, que corresponde 37,5% da cotação global do exame.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 55 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 27,5% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 65 pontos, que corresponde a 32,5% da cotação global da prova.

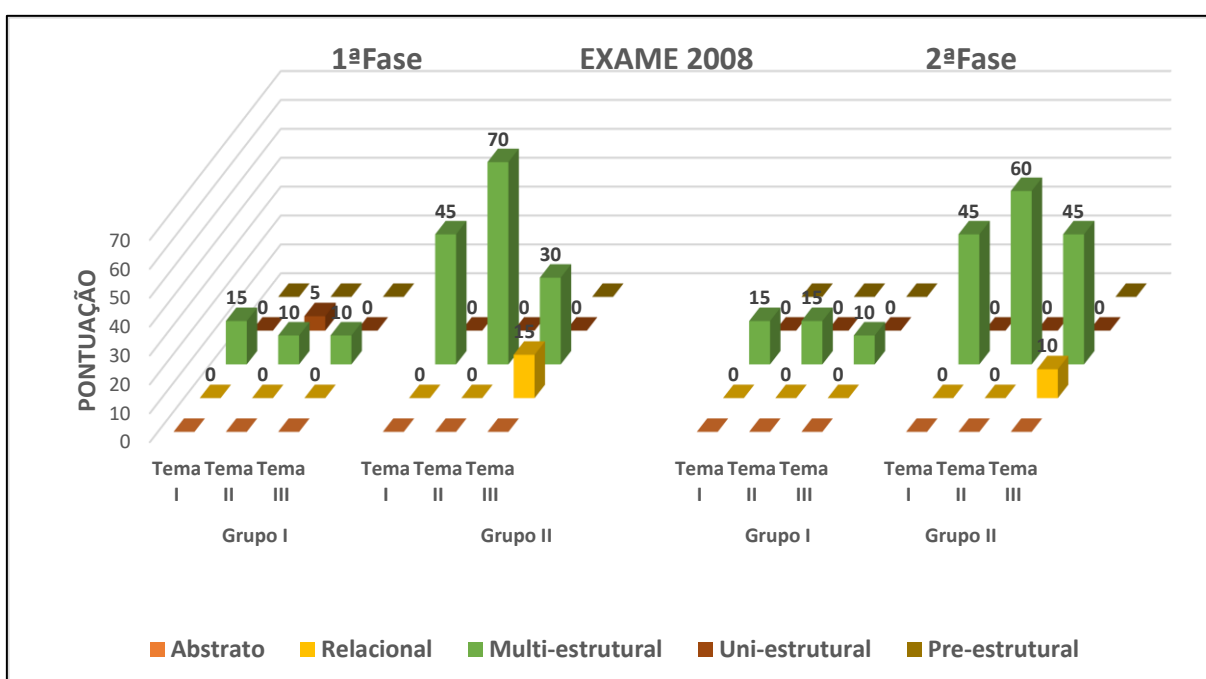
Decorre do exposto que o exame de Matemática A de 2008, em ambas as fases, manteve a tendência de maior incidência no Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II, com 42,5% e 37,5%, em cada fase, respetivamente, verificando-se, no entanto uma diminuição do peso relativo deste Tema em relação aos exames de 2007 em que verificámos que este Tema representava 52% e 42% da cotação global dos exames na primeira e segunda fase, respetivamente, o que denota um maior equilíbrio na distribuição dos Temas de avaliação.

A incidência relativa aos outros dois Temas é diferente em cada uma das fases de exame. Enquanto na primeira fase a prevalência prosseguia com o “Tema I – Probabilidades e Combinatório” e por fim do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos”, à semelhança de ambas as fases de exame de 2007, já na segunda fase de exame se verifica que a segunda maior incidência se verifica no “Tema III - Trigonometria e Números complexos” e só depois o Tema I, pese embora se possa considerar que o peso relativo de cada Tema seja bastante equivalente em ambas as fases e, por aí, insuscetível de caracterizar uma diferença que possa



considerar-se essencial. Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a primeira fase tinha 15 pontos atribuídos a um item de nível relacional e 5 pontos atribuídos a um item de nível uni-estrutural enquanto que na segunda fase se retoma a estrutura experienciada na primeira fase de 2007, com um item de nível relacional, ainda que com menor peso relativo (9% na primeira fase de 2007 e apenas 5% na segunda fase de 2008).



**Gráfico 12.** Comparativo de incidência por Temas - 2008 - 1ª e 2ª fase

Sucedendo com a análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo, o que, desde logo, nos permite concluir que este Tema foi mais valorizado neste Grupo, quando comparamos com os 28,57 % da cotação total do Grupo I, na primeira fase de 2007 tal como em ambas as fases do exame de 2006, ainda que não tanto quanto a valorização que lhe foi atribuída na segunda fase de 2007 (42,86%).

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos também 15 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação do Grupo I, o que comparando com

os 57,14% e os 28,57% da cotação total do Grupo I, na primeira e segunda fase de exames do ano anterior, respetivamente, denota alguma inconstância no peso relativo atribuído a este Tema, nos itens de resposta múltipla.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 10 pontos, que correspondem aproximadamente a 25% da cotação total do Grupo I, mantendo quase inalterado o peso relativo do Tema no Grupo I, comparativamente com a segunda fase de exame de 2007, em que representava aproximadamente 28,57% e superior aos 14,28% da cotação total do Grupo I na primeira fase de 2007.

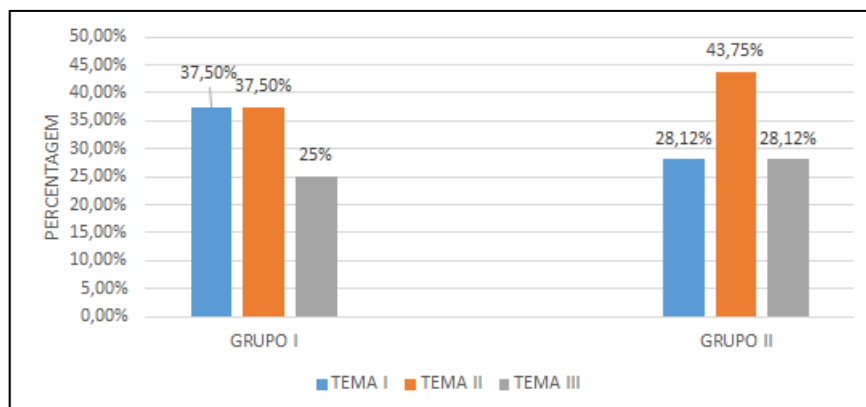
Assim, relativamente aos itens do Grupo I, verificamos agora uma distribuição mais equilibrada do peso relativo de cada Tema, quando comparada com a distribuição verificada na primeira e segunda fases de 2007, quando se verificou uma prevalência clara de um dos Temas (II e I, respetivamente), em relação aos demais.

Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 28,12% da cotação do Grupo II, ligeiramente superior à incidência de 23,36% que vinha sendo constatada em ambos os exames de 2006 e de 2007.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos 70 pontos, que correspondem a aproximadamente a 43,75%, podendo estabelecer-se, por enquanto, a manutenção da tendência relativamente à incidência neste Tema, nos itens de desenvolvimento, considerando que o mesmo representava, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007, mas já não em relação a 2006, ano em que, em ambos os exames representava 30,66% da cotação total do Grupo II, largamente suplantada pela incidência do Tema III, que então representou 45,99% da cotação global do Grupo.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 45 pontos, que correspondem a 28,12% da cotação do Grupo II, mantendo-se a tendência de 27% e 28,46% da cotação do Grupo II, na primeira e segunda fase de 2007 e quase metade da incidência de 45,99% verificada nos exames de 2006.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema II continua a ser mais representativo da cotação atribuída aos itens de desenvolvimento, distribuindo-se a restante pontuação, de forma igual, pelos Temas I e III, conforme se demonstra no gráfico seguinte:



**Gráfico 13.** Valorização por Temas abordados – 2008 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2008, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\begin{aligned} \text{Índice-SOLO} = & 180 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \\ & \frac{16(\text{índice de categoria racional})}{200} + 5 \times \frac{8(\text{índice da categoria uni-estrutural})}{200} = 12,2 \end{aligned}$$

Tendo-se mantido um item de categoria relacional, tal como em 2007, ainda que com menos peso na classificação e introduzindo-se agora um item de categoria uni-estrutural, verificamos agora que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 12,20, situação que, conforme veremos, se verificou igualmente na segunda fase, eliminando o desequilíbrio, ainda que ténue, verificado no ano anterior (12,36 na primeira fase e 12 na segunda).

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2008 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 125,1 em 200 pontos, resultado este francamente positivo mas atípico, tal como toda a primeira fase de exames nacionais de 2008, em que analisadas as médias do conjunto das disciplinas, se constata que, a nível dos alunos internos na primeira fase nenhuma disciplina obteve média de exame negativa.

O Relatório Final dos Exames Nacionais do ensino Básico e Secundário começa e acaba sem qualquer análise ou conclusão sobre o fenómeno, sendo certo, no entanto, que na nossa perspetiva, e no que respeita à disciplina de Matemática A, os resultados não ficam a dever-se nem podem ser justificados com qualquer diminuição no grau de exigência do exame.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo, tal como no exame da primeira fase.

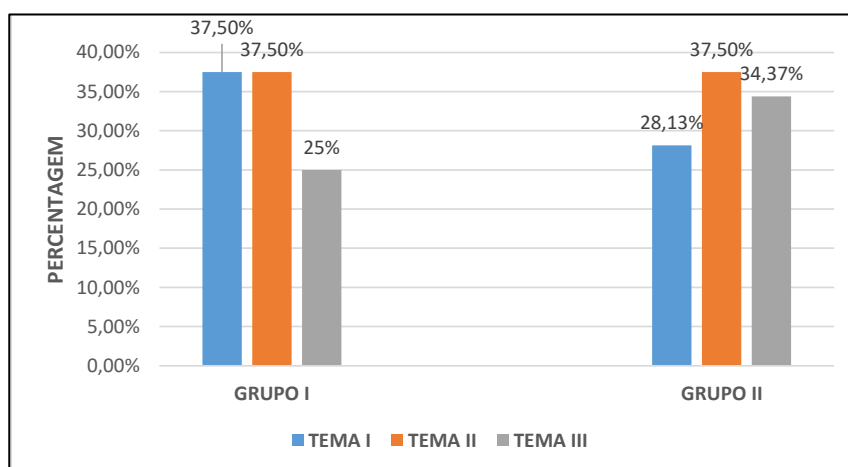
Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 15 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo I, tal como no exame da primeira fase.

Da mesma forma, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase 10 pontos, mantendo-se o peso de 25% da cotação total do Grupo I, já verificada na primeira fase.

Não identificamos, portanto, qualquer diferença entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla.

Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que correspondentes aos mesmos 28,12% da cotação total do Grupo II verificados na primeira fase de exame, mantendo-se também rigorosamente inalterada.

A diferença essencial, ainda que de relevância marginal, verifica-se em relação à diferente ponderação dos Temas II e III nas duas fases de exame. Assim, quanto ao “Tema II – Introdução ao Calculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 60 pontos, que correspondem a aproximadamente 37,5% da cotação total do Grupo II, quando na primeira fase a incidência foi de 43,75%. Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 55 pontos, que correspondem aproximadamente a 34,37% da cotação total do Grupo II, quando na primeira fase a incidência foi de 28,12%.



**Gráfico 14.** Valorização por Temas abordados – 2008 – 2ª fase

Verificamos, pois, que não existe uma divergência significativa da distribuição das pontuações pelos diferentes Temas, entre os exames da primeira e segunda fase.

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2008, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 190 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 10 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} = 12,2$$

Comprovamos, pois, que apesar de nesta fase de exame não estar incluída qualquer item do nível uni-estrutural, o grau de dificuldade da segunda fase de exame pode considerar-se equivalente ao da primeira fase, o que decorre, essencialmente, do menor peso do item de nível relacional.

Pese embora não se verifique uma disparidade no grau de dificuldade de ambas as fases de exame, tal como a verificada entre as duas fases de exame de 2007 (12,36 e 12, respetivamente), foi neste ano que se verificou a maior disparidade entre os resultados finais obtidos em cada fase de exame, considerando que, com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2008 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 88,9 em 200 pontos, o que representa uma diferença de 36,2 pontos em relação à média verificada na primeira fase e é ainda inferior às médias de 93,9 e 93,4 verificadas nas duas fases de exame de 2007.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- Os resultados verificados na primeira fase de exames de 2008 são verdadeiramente atípicos.
- Os resultados constatados na segunda fase demonstram que o sucesso da primeira fase não ficou a dever-se a uma melhoria significativa nos métodos ou estratégias de ensino.
- O grau de dificuldade das provas é equivalente, não podendo por aí justificar-se a divergência nos resultados.
- A distribuição dos Temas na ponderação das pontuações é tendencialmente simétrica em ambas as fases de exame, não sendo possível estabelecer a predominância de um Tema específico como a justificação para a diferença nos resultados.
- A presença de um item de categoria uni-estrutural, de acordo com a categorização SOLO, também não representa qualquer vantagem significativa para os alunos que realizaram

a primeira fase de exame, porquanto a ponderação deste item representa apenas 5 pontos e é compensada pelo maior peso do item de categoria relacional.

- Uma análise direta dos resultados obrigar-nos-ia a concluir pela existência de uma diferença significativa ao nível das competências demonstradas entre os alunos que realizaram a primeira e a segunda fase de exames, colocando os alunos que realizaram a primeira fase a um nível francamente acima das competências mínimas necessárias para responder às exigências do exame, enquanto que os alunos que realizaram a segunda fase estariam ao nível das competências que se vinham verificando nos anos precedentes, isto é, abaixo do nível de competências necessárias para responder às exigências do exame de idêntico grau de dificuldade.

- Concluindo, não podendo atribuir a divergência à diferença na qualidade de ensino, nem à diferença na dificuldade das provas ou aos Temas abordados, tendemos a concluir que pode ter-se verificado uma distorção na qualidade da avaliação, nomeadamente ao nível da exigência nos critérios de correção e valoração, que proporcionou resultados positivos num determinado exame, mas absolutamente atípicos e sem sustentabilidade futura.

- Conforme veremos, a tendência para uma primeira fase de exames positiva e uma segunda fase negativa, com a mesma dificuldade de encontrar critérios de justificação, haveria de manter-se durante um período curto e, de qualquer forma, nunca de forma tão expressiva como a verificada em 2008.

#### 7.1.4 Interpretação dos dados dos exames de 2009

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2009 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 8

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2009 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	10	1	5	0	0
	Tema II	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	5	3	15	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	1	10	0	0	5	75	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	30	0	0	0	0
TOTAL		1	10	1	5	16	180	1	5	0	0

Tabela 9

**Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2009 – 2ª fase**

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	1	15	0	0	5	70	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	15	1	15	0	0	0	0
TOTAL		1	15	1	15	17	170	0	0	0	0

Nos exames de 2009 é solicitada a resposta a 19 itens, na primeira fase de exame e a 19 itens na segunda fase, mantendo-se o critério de igualdade que vem sendo mantido entre as duas fases de exame de cada ano (19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 em 2006).

Na distribuição dos itens de acordo com a tipologia de resposta requerida, verificamos que o exame da primeira fase e segunda fase tem oito itens de resposta múltipla.

Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, na primeira fase e na segunda fase ao total de 40 pontos.

Na primeira fase constatamos a tendência da diminuição da valorização dos itens de escolha múltipla, comparativamente com os exames do ano de 2006 e 2007, em que este Grupo representa 40 pontos em ambas as fases e com os anos 2008 e 2009, em que cada item do Grupo I valia 9 pontos e o conjunto dos itens de resposta múltipla, um total de 63 pontos.

Na segunda fase, os itens de resposta múltipla igualaram a valorização do ano anterior.

Em consequência, mantém-se a valorização dos itens de desenvolvimento, constatando-se que ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, na primeira fase, uma cotação de 160 pontos tal como na segunda fase, o que já se vinha a constatar em 2008, superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Tal como já constatado em relação aos exames de 2007 e 2008, decorre também da análise, que não se verifica a absoluta similaridade nas provas, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas.

Verificamos que em ambas as fases de exame de 2009 se mantém a exigência de resposta a um item classificado na categorização SOLO relacional, mantendo o critério de 2008 e da 1ª fase de exame de 2007.

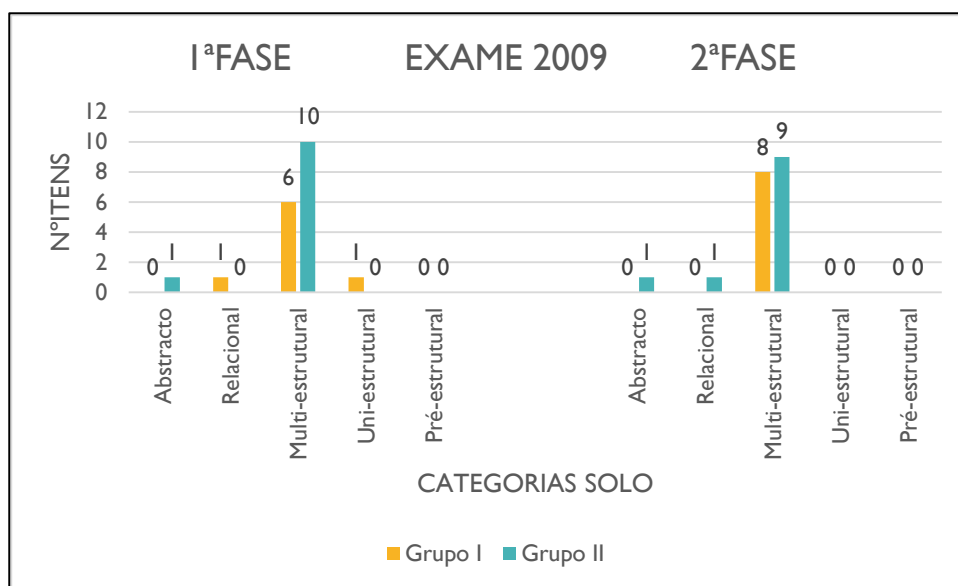
Ao contrário do ano anterior, no entanto, verificamos que apesar de em ambas as fases ser solicitada uma resposta ao “Tema III- Trigonometria e Números Complexos”, na primeira fase a resposta requerida é de resposta múltipla, enquanto que na segunda fase é de

desenvolvimento, sendo também diferente a ponderação de cada uma em termos de pontuação, 5 pontos na primeira fase e 15 na segunda fase de exame.

Por outro lado, verificamos que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a um item de escolha múltipla (Grupo I) classificada na categorização SOLO ao nível uni-estrutural, relativa ao Tema I, enquanto que na segunda fase de exame não existe nenhum item desta categoria.

Por fim, verificamos a introdução, em ambas as fases de exame, de um item classificado na categorização SOLO ao nível abstrato, em ambos os casos relativa ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II”, solicitando-se uma resposta de desenvolvimento.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fases de exame.



**Gráfico 15.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2009 - 1ª e 2ª fase

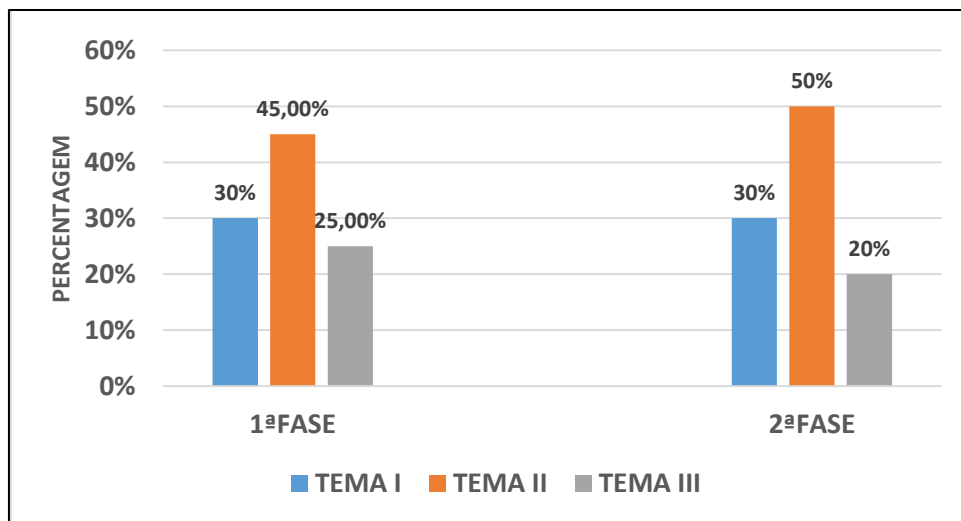
Assim, na primeira fase de exame de 2009, 180 pontos correspondem a itens com categorização SOLO de multi-estrutural, ou seja 90% do exame, enquanto que 5 pontos correspondem a um item com categorização SOLO relacional, ou seja 2,5% do exame, 5 pontos correspondem a um item com categorização uni-estrutural, ou seja, 2,5% da pontuação total do exame e 10 pontos correspondem a um item com a categorização abstrato, ou seja, 5% da pontuação total do exame.

Já na segunda fase de exame, verificamos que não existe nenhum item de categorização uni-estrutural. O conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde



a 170 pontos, ou seja 85% da pontuação total do exame, e os itens com a categorização SOLO relacional e abstrato correspondem a 15 pontos cada, ou seja, 7,5%.

No gráfico seguinte, demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2009.



**Gráfico 16.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2009 - 1ª e 2ª fase

À semelhança dos exames de 2008, em ambas as fases de exame de 2009 é atribuída uma cotação de 60 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 30 % da cotação total dos exames.

Nos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 90 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde 45% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 100 pontos, que corresponde 50% da cotação global do exame.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 50 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 25% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída a cotação de 40 pontos, que corresponde a 20% da cotação global da prova.

Decorre do exposto que o exame de Matemática A de 2009, em ambas as fases, manteve a tendência já registada nos exames de 2007 e 2008 de maior incidência no Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II, com 45% e 50%, em cada fase, respetivamente, verificando-se, uma recuperação do peso relativo deste Tema, após a diminuição verificada nos exames de 2008, aproximando-se dos valores registados nos exames de 2007 em que verificámos que este Tema

representava 52% e 42% da cotação global dos exames na primeira e segunda fase, respectivamente, reintroduzindo o desequilíbrio já antes verificado na distribuição dos Temas de avaliação.

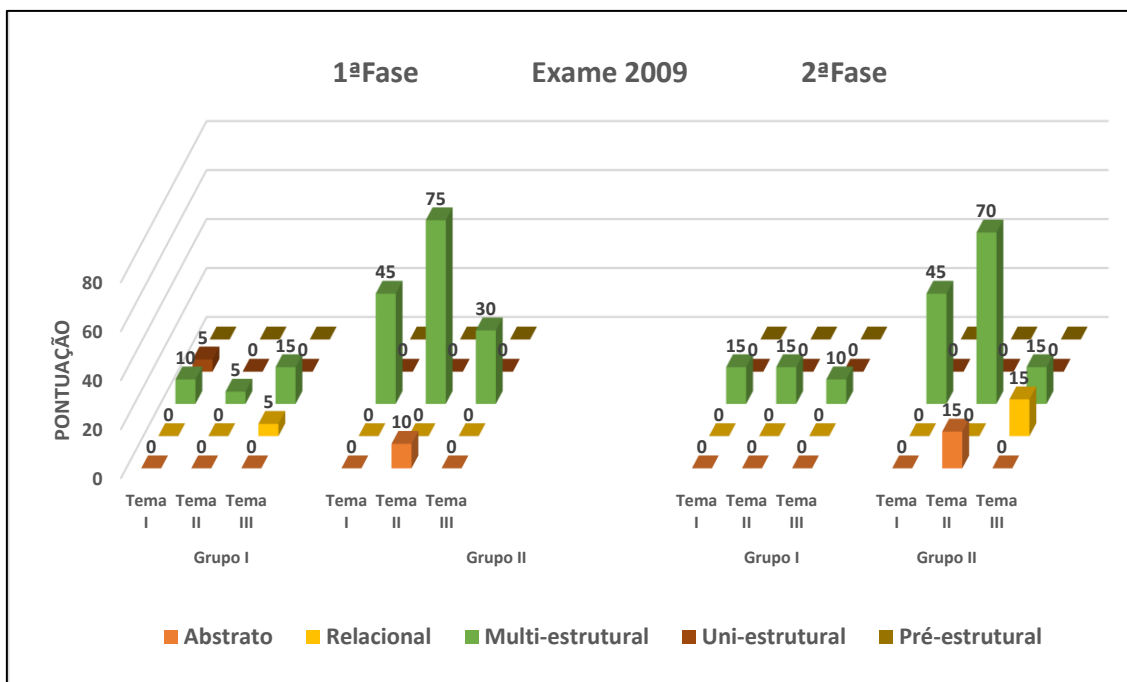
A incidência relativa aos outros dois Temas é essencialmente idêntica em ambas as fases de exame, com ligeira diminuição de 2,5% no peso relativo do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos”, da primeira para a segunda fase.

A prevalência relativa do Tema I em relação ao Tema III, em ambas as fases do exame volta a verificar-se, à semelhança da primeira fase de 2008 e de ambas as fases de exame de 2007.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem praticamente simétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação do exame da primeira fase é distribuída por 4 categorias de itens, 5 pontos atribuídos a um item de nível uni-estrutural, 180 pontos atribuídos a 15 itens de nível multi-estrutural, 5 pontos atribuídos a um item do Grupo I de nível relacional e 10 pontos atribuídos a um item de nível abstrato, do Grupo II. Em nenhum exame anterior se tinha verificado esta dispersão no nível de categorização SOLO dos itens identificadas.

O exame da segunda fase elimina o item de nível uni-estrutural e valoriza os itens de nível mais exigente, atribuindo 15 pontos a cada um dos itens de nível relacional e abstrato que figuram no Grupo II e para as quais se requer resposta de desenvolvimento, o que podemos considerar como uma diferença objetiva no grau de dificuldade entre as duas fases de exame.



**Gráfico 17.** Comparativo de incidência por Temas - 2009 - 1ª e 2ª fase

Prosseguindo com a análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo, à semelhança do que se verificou em ambas as fases de 2008.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos também 5 pontos, que correspondem aproximadamente a 12,5% da cotação do Grupo I, inferior a ambas as fases de 2008.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 20 pontos, que correspondem aproximadamente a 50% da cotação total do Grupo I, aumentando o peso relativo do Tema no Grupo I, comparativamente com o ano anterior.

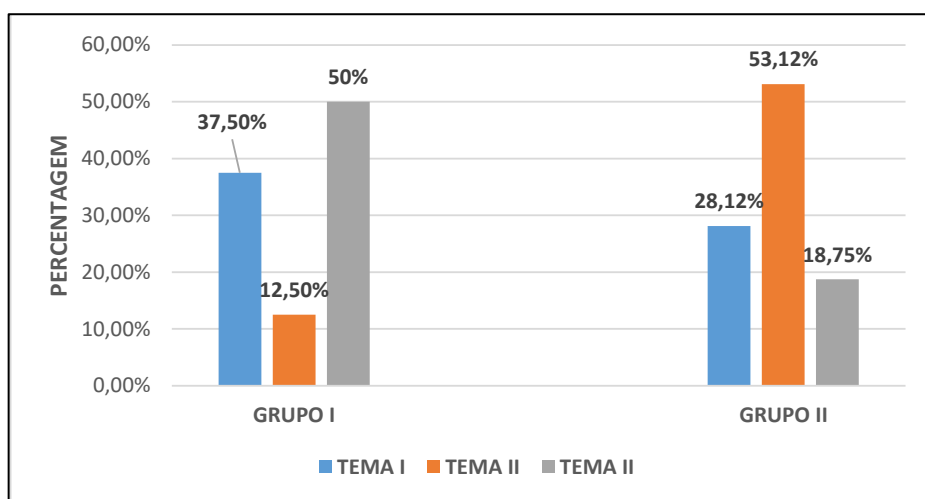
Assim, relativamente aos itens do Grupo I, verificamos uma prevalência do Tema III, não se mantendo uma distribuição equilibrada do peso relativo de cada Tema, verificada no ano anterior, quando comparada com a distribuição verificada na primeira e segunda fases de 2007, onde se verificou uma prevalência clara de um dos Temas (II e I, respetivamente), em relação aos demais.

Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 28,12% da cotação do

Grupo II, tal como na primeira e segunda fases de 2008 e ligeiramente superior à incidência de 23,36% que vinha sendo constatada em ambos os exames de 2006 e de 2007.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos 85 pontos, que correspondem a aproximadamente a 53,12%, reafirmando-se a tendência relativamente à incidência neste Tema, nos itens de desenvolvimento, considerando que o mesmo representava valores de 43,75% e 37,5% na primeira e segunda fases de 2008, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007, contrastando com 2006, ano em que, o Tema III foi mais significativo representando 45,99% da cotação global do Grupo.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 30 pontos, que correspondem a 18,75% da cotação total do Grupo II, verificando-se uma diminuição significativa do peso relativo do Tema, quando comparado com os 28,12% e 34,37% da cotação do Grupo II, na primeira e segunda fase de 2008, respetivamente. Comparativamente com a incidência de 45,99% verificada nos exames de 2006, podemos constatar que o Tema III perdeu gradualmente a sua relevância na cotação dos itens do Grupo II. Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema II reafirma a sua representatividade na cotação atribuída aos itens de desenvolvimento, essencialmente à custa da representatividade do Tema III, uma vez que o Tema I mantém a representatividade já verificada em ambas as fases de exame de 2008, conforme se demonstra no gráfico seguinte:



**Gráfico 18.** Valorização por Temas abordados – 2009 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2009, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\begin{aligned} \text{Índice-SOLO} = & 10 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} + 5 \times \\ & \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 180 \times \frac{12(\text{índice de categoria multi-estrutural})}{200} + \\ & 5 \times \frac{8(\text{índice de categoria uni-estrutural})}{200} = 12,4 \end{aligned}$$

Com a introdução de um item de nível abstrato, tendo-se mantido um item de categoria relacional, tal como em 2008 e 2007, e um item de categoria uni-estrutural, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 12,40, demonstrando-se um acréscimo de exigência em relação aos exames do ano anterior (12,2).

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2009 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 100 em 200 pontos, mantendo-se, marginalmente o resultado positivo experimentado em 2008, ainda que, a nível de atipicidade, não seja comparável.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo I.

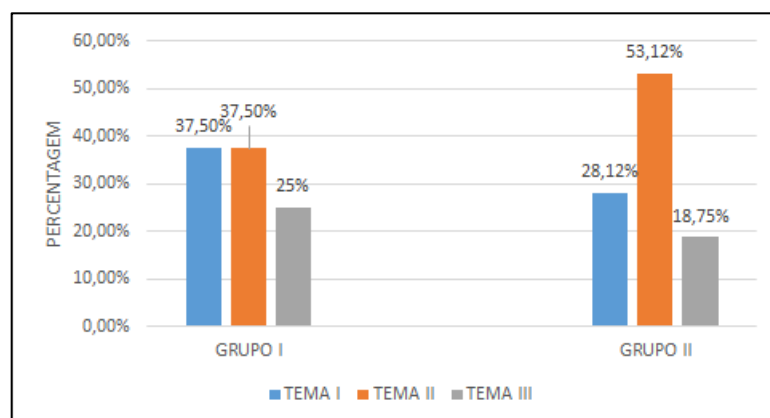
Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 15 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo I, tal como no exame da primeira fase. Da mesma forma, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase 10 pontos, sendo o peso de 25% da cotação total do Grupo I.

Identificamos, portanto, diferença entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla, mas mantendo-se, a ponderação já verificada também em ambas as fases de exame de 2008.

Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que correspondentes aos mesmos 28,12% da cotação total do Grupo II verificados na primeira fase de exame, mantendo-se também rigorosamente inalterada.

A ponderação dos Temas II e III é também igual nas duas fases de exame. Assim, quanto ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 85 pontos, que correspondem a aproximadamente 53,12% da cotação total do Grupo II, tal como na primeira fase, enquanto que ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos os mesmos 30 pontos já verificados na primeira fase, que correspondem

aproximadamente a 18,75% da cotação total do Grupo II. Como podemos observar no gráfico seguinte.



**Gráfico 19.** Valorização por Temas abordados – 2009 – 2ª fase

Verificamos, pois, absoluta identidade na distribuição das pontuações pelos diferentes Temas em cada Grupo, entre os exames da primeira e segunda fase.

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2009, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 170 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice de categoria abstrato})}{200} = 12.9$$

Conforme tínhamos já notado, o exame da segunda fase elimina o item de nível uni-estrutural e valoriza os itens de nível mais exigente, nomeadamente aos itens de nível relacional e abstrato, exigindo ainda respostas de desenvolvimento para os itens destes níveis, o que se traduziu, efetivamente, numa diferença objetiva e assinalável no grau de dificuldade entre as duas fases de exame.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2009 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 88,1 em 200 pontos, o que representa uma diferença de 21,9 pontos em relação à média verificada na primeira fase, e é ainda inferior às médias de 93,9 e 93,4 verificadas nas duas fases de exame de 2007 e de 88,9 verificada na segunda fase de 2008.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- O grau de dificuldade das provas é diferente entre as duas fases de exame.
- O nível de exigência dos itens colocadas no exame da segunda fase é superior e o tipo de resposta exigido também impõe capacidades superiores do aluno.
- Ao contrário do verificado no ano anterior, é defensável que não se tenha verificado qualquer distorção ao nível da exigência nos critérios de correção e valoração entre ambas as fases de exame.
- Denota-se, no entanto, que o grau de exigência colocado em cada prova beneficiou os alunos que acorreram à primeira fase de exame e prejudicou os que acorreram à segunda fase.
- Para atenuar esta conclusão, seria útil dispor de dados que nos permitissem analisar o perfil dos alunos que optam por cada uma das fases de exame, enriquecendo a análise com uma perspetiva focada também no aluno e na sua predisposição para o sucesso, bem como no nível das competências demonstradas pelos alunos que realizaram a primeira e a segunda fase de exames, evidenciando eventuais diferenças.
- Não dispondo desta análise, centramo-nos no que objetivamente pudemos constatar, ao nível da diferença demonstrada no grau de exigência de ambas as fases de exame.

### 7.1.5 Interpretação dos dados dos exames de 2010

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2010 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 10

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2010 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	5	2	10	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	40	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	4	55	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	10	4	55	0	0	0	0
TOTAL		0	0	2	15	18	185	0	0	0	0

Tabela 11

**Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2010 – 2ª fase**

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	15	4	45	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	55	0	0	0	0
TOTAL		0	0	1	15	19	185	0	0	0	0

Nos exames de 2010 é solicitada a resposta a 20 itens, em ambas as fases de exame, retomando-se o critério de igualdade que vinha sendo mantido entre as duas fases de exame de cada ano e havia sido interrompido no ano anterior (19 itens na primeira e segunda fase de 2009, respetivamente, 19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 em 2006).

Em ambas as fases de exame, o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.

A valorização atribuída aos itens de escolha múltipla mantém-se, comparativamente com os exames do ano de 2008 e 2009, em que este Grupo representava 40 pontos em ambas as fases, sendo, como se vem referindo, menor que a verificada nos anos 2006 e 2007, em que cada item do Grupo I valia 9 pontos e o conjunto dos itens de resposta múltipla, um total de 63 pontos.

Mantém-se também a valorização dos itens de desenvolvimento, constatando-se que ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases de exame 160 pontos, tal como em ambas as fases de 2008 e 2009, e superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Tal como já constatado em relação aos exames de 2007, 2008 e 2009, decorre também da análise, que não se verifica a absoluta similaridade nas provas, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas.

Verificamos que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a dois itens de categorização SOLO relacional, sendo uma de escolha múltipla (Grupo I) e a outra de desenvolvimento (Grupo II).

Recordamos que em ambas as fases de exame de 2009, à semelhança de 2008 e da primeira fase de exame de 2007 era exigida a resposta a apenas um item classificada na categorização SOLO relacional. Na segunda fase de exame é solicitada a resposta a apenas um item de categorização SOLO relacional.



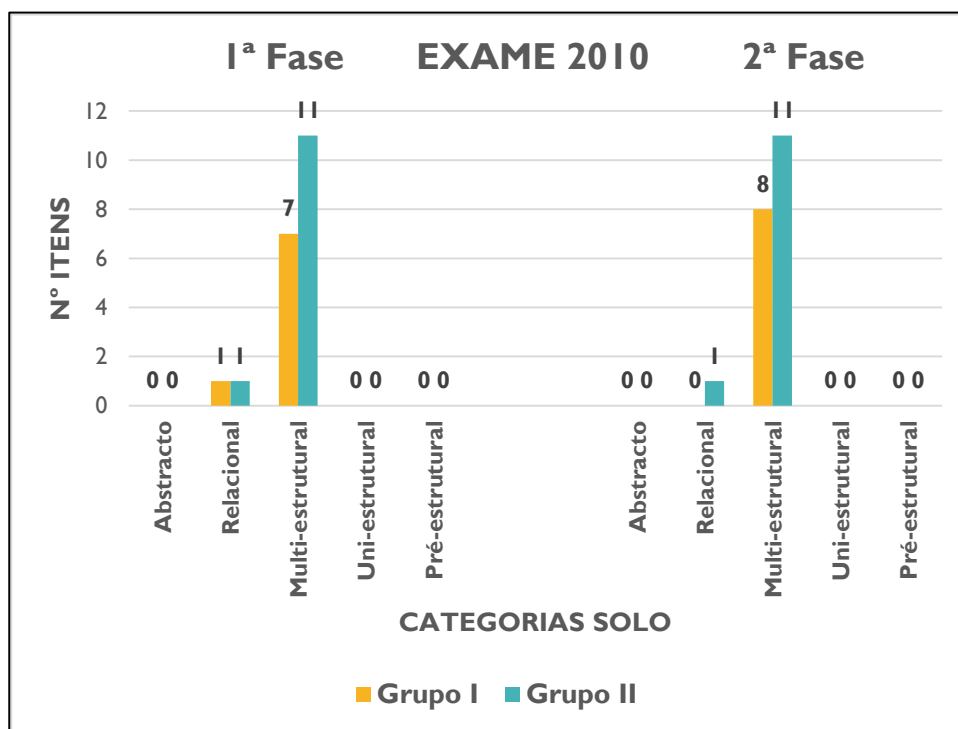
Constatamos, no entanto, que a pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional é idêntica em ambas as fases de exame, estando atribuído 15 pontos para os itens deste nível, sendo que na primeira fase esta pontuação é dividida pelo Tema II, com uma pergunta de escolha múltipla de 5 pontos e um item do Tema III, de desenvolvimento, que vale 10 pontos.

Na segunda fase, os 15 pontos são integralmente atribuídos a um item de desenvolvimento do Tema II. Já no ano anterior tinha sido evidenciada uma diferença ao nível da diferente ponderação dos Temas em ambas as fases do exame, nomeadamente quanto à pontuação e ao tipo de resposta requerida.

À semelhança da segunda fase do ano anterior, verificamos que não é solicitada qualquer resposta a itens classificadas na categorização SOLO ao nível uni-estrutural.

Por fim verificamos que não é colocada qualquer item classificada na categorização SOLO abstrato, ao contrário do verificado em 2009, com a introdução, em ambas as fases de exame, de um item de desenvolvimento relativa ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II”.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.

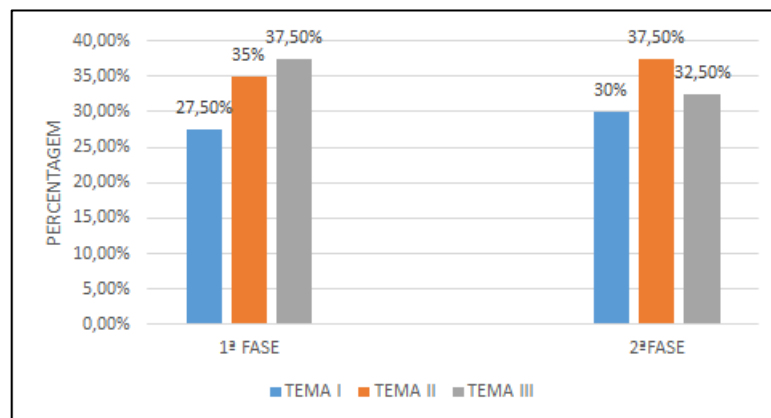


**Gráfico 20.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2010 - 1ª e 2ª fase

Assim, na primeira fase de exame de 2010, 185 pontos correspondem a itens com categorização SOLO de multi-estrutural, ou seja 92,5% do exame, enquanto que 15 pontos correspondem a dois itens com categorização SOLO relacional, ou seja 7,5% da pontuação total do exame. Lembramos que na primeira fase de 2009, 10 pontos correspondiam a um item com a categorização abstrato, ou seja, 5% da pontuação total do exame.

Já na segunda fase de exame, verificamos que o conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde também a 185 pontos, ou seja 92,5% da pontuação total do exame, e um item com a categorização SOLO relacional que corresponde a 15 pontos cada, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame.

No gráfico seguinte, demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2010.



**Gráfico 21.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2010 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2010, verificamos que é atribuída uma cotação de apenas 55 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 27,5% da cotação total do exame. Na segunda fase de exame, retomando o critério de ambas as fases dos exames de 2008 e de 2009, é atribuída uma cotação de 60 pontos aos itens do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 30% da cotação total dos exames.

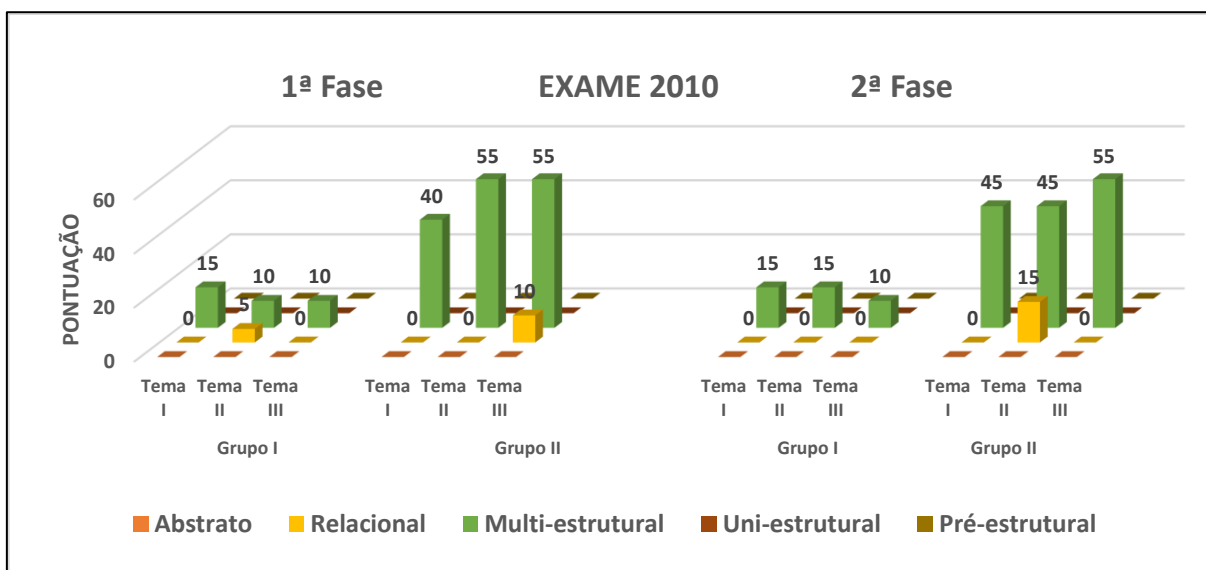
Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 70 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde 35% da cotação global do exame, enquanto que na segunda fase é atribuída uma cotação de 75 pontos, que corresponde a 37,5% da cotação global do exame. Verificamos, pois, uma diminuição da valorização deste Tema, nos exames de 2010, em relação ao ano anterior, em que este Tema representava 45% e 50%, respetivamente, da cotação global dos exames da primeira e segunda fase.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 75 pontos no exame da primeira fase, que corresponde a 37,5% da cotação global do exame e 65 pontos no exame da segunda fase, que corresponde a 32,5% da cotação global do exame, o que demonstra uma valorização mais equilibrada deste Tema, face aos demais, nos exames de 2010, em comparação com os exames do ano anterior em que a valorização deste Tema se ficou pelos 25% e 20% da cotação global de cada um dos exames da primeira e segunda fase, respetivamente.

Decorre do exposto que nos exames de Matemática A de 2010, em ambas as fases, se quebrou a tendência que se observou nos exames de 2007 a 2009 de maior incidência no “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II”, recuperando-se um critério de maior equilíbrio na distribuição dos Temas de avaliação.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema III, na primeira fase e do Tema II, na segunda fase.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação de ambos os exames é distribuída apenas por duas categorias de itens, multi-estrutural e relacional, contrastando com os exames do ano anterior, em que o exame da primeira fase distribuiu a pontuação por 4 categorias de itens – uni-estrutural, multi-estrutural, relacional e abstrato – e na segunda faz, por 3 categorias, eliminando-se o item de nível uni-estrutural, observando-se alguma inconsistência no grau objetivo de dificuldade de ano para ano.



**Gráfico 22.** Comparativo de incidência por Temas – 2010 – 1ª e 2ª fase

Prosseguindo com a análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo, à semelhança do que se verificou em ambas as fases de 2008 e de 2009.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos também 15 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação do Grupo I, tal como se verificou também em relação a ambas as fases de 2008 e segunda fase de 2009.

De igual forma, tal como em ambas as fases de 2008 e segunda de 2009, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 10 pontos, que correspondem aproximadamente a 25% da cotação total do Grupo I, mantendo também inalterado o peso relativo do Tema no Grupo I, comparativamente com a maioria dos anos anteriores.

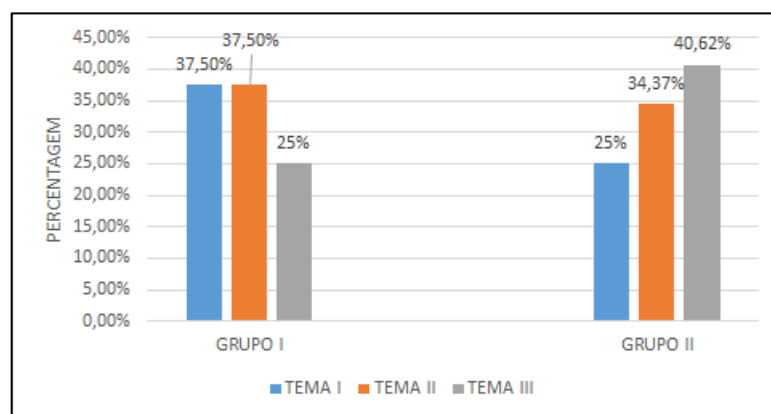
Assim, relativamente aos itens do Grupo I, verificamos que se mantém a distribuição equilibrada do peso relativo de cada Tema, igual à verificada nos dois anos anteriores com exceção da primeira fase de 2009 com prevalência do Tema III, verificando-se conjuntamente na primeira e segunda fase de 2007, uma prevalência clara de um dos Temas (II e I, respetivamente), em relação aos demais.

Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 40 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 25% da cotação do Grupo II. No ano anterior, em ambas as fases de exame foi atribuída a cotação de 45 pontos ao Tema I, correspondente a 28,12% da cotação do Grupo II, tal como na primeira e segunda fase de 2008 e ligeiramente superior à incidência de 23,36% que se constatou em ambos os exames de 2006 e de 2007. Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos agora apenas 55 pontos, que correspondem a 34,37% da cotação do Grupo II invertendo-se a tendência de incidência neste Tema, nos itens de desenvolvimento, que se vinha registando até ao ano anterior, em que a pontuação atribuída correspondeu a 53,12% em ambas as fases, lembrando que o mesmo representava valores de 43,75% e 37,5% na primeira e segunda fases de 2008, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos agora 65 pontos, que correspondem a 40,62% da cotação total do Grupo II, o que contrasta com os 18,75% verificados em ambas as fases de exame de 2009, e com os 28,12% e 34,37% da cotação do Grupo II, na primeira e segunda fase de 2008 respetivamente. Comparativamente

com a incidência de 45,99% verificada nos exames de 2006, podemos constatar que o Tema III recuperou relevância na cotação dos itens do Grupo II.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema III foi o Tema mais cotado nos itens de desenvolvimento, retirando relevância ao Tema II, conforme se demonstra no gráfico seguinte. O Tema I mantém a representatividade média já verificada em ambas as fases de exame de 2008.



**Gráfico 23.** Valorização por Temas abordados – 2010 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2010, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 185 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} = 12,3$$

Com a eliminação dos itens de nível abstrato e uni-estrutural, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 12,3, demonstrando-se uma diminuição de exigência em relação aos exames do ano anterior, sobretudo em relação ao exame da segunda fase de 2009 (12,4 e 12,9, respetivamente).

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2010 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 108 em 200 pontos, repetindo-se o resultado positivo das primeiras fases de 2009 e de 2008, intercalados pelos resultados negativos das segundas fases, conforme temos vindo a salientar.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo, tal como no exame da primeira fase e em conformidade com o já registado nos dois anos anteriores, exceto primeira fase de 2009.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos também 15 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo I, tal como no exame da primeira fase e em conformidade com o já registado nos dois anos anteriores, exceto primeira fase de 2009.

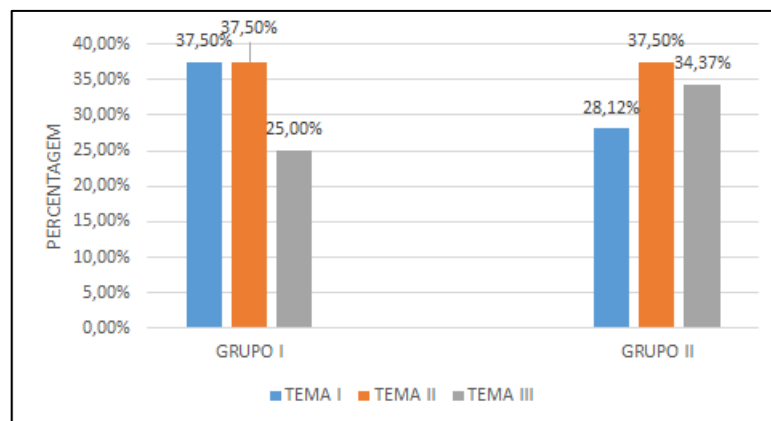
Da mesma forma, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase 10 pontos, mantendo-se o peso de 25% da cotação total do Grupo I, já verificada na primeira fase e também nos anos anteriores.

Não identificamos, portanto, qualquer diferença entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla, mantendo-se, aliás, a ponderação já verificada também em ambas as fases de exame de 2008 e da segunda fase de 2009.

Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, correspondentes a 28,12%, ligeiramente acima dos 25% da cotação total do Grupo II verificados na primeira fase de exame.

A ponderação dos Temas II e III é diferente nas duas fases de exame. Enquanto que no “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 60 pontos, que correspondem a aproximadamente 37,5% da cotação total do Grupo II, sendo o Tema com maior relevância no Grupo, na primeira fase este Tema representava apenas 34,37% da pontuação total do Grupo e era o segundo Tema com maior relevância. Já quanto ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” vêm agora atribuídos 55 pontos, que correspondem aproximadamente a 34,37% da cotação total do Grupo II, enquanto na primeira fase representava 40,62% da cotação total do Grupo e foi o Tema mais relevante, em termos de pontuação.

A distribuição dos Temas ficou, assim, distribuída da forma que podemos observar no gráfico seguinte, realçando que se manteve a simetria nas classificações atribuídas por Tema no Grupo I, da primeira para a segunda fase de exame, enquanto que no Grupo II todos os Temas tiveram ponderação diferente.



**Gráfico 24.** Valorização por Temas abordados – 2010 – 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2010, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 185 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} = 12,3$$

Verificamos, assim, que apesar das diferenças na estrutura das provas, entre a primeira e a segunda fase de exames, manteve-se o grau de dificuldade inalterado. Não se verificou, assim, a mesma divergência de dificuldade constatada entre a primeira e segunda fase de 2009 e que, na nossa opinião, terá contribuído para a diferença de resultados.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2010 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 84 em 200 pontos, o que representa uma diferença de 24 pontos em relação à média verificada na primeira fase, e é ainda inferior às médias de 93,9 e 93,4 verificadas nas duas fases de exame de 2007 e de 88,9 verificada na segunda fase de 2008 e de 88,1 verificada na segunda fase de 2009.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- A diferença entre as classificações obtidas na primeira e na segunda fase de 2010 (24 pontos) é ainda superior à diferença verificada entre as duas fases de exame de 2009 (21,9)
- Se no ano anterior a diferença de resultados poderia justificar-se, pelo menos parcialmente, pela diferença no grau de dificuldade entre as duas fases de exame, tal situação

não se verifica nos exames de 2010, uma vez que, como vimos, o grau de dificuldade verificado foi rigorosamente igual.

- O que poderá denotar, à semelhança do que já havíamos considerado na análise aos exames de 2008 que se possa ter verificado uma distorção ao nível da exigência nos critérios de correção e valoração entre ambas as fases de exame, em benefício dos alunos que realizaram o exame de Matemática A na primeira fase.

### 7.1.6 Interpretação dos dados dos exames de 2011

Da análise e categorização dos itens incluídos nos exames nacionais de Matemática A de 2011 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 12

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2011 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	5	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	40	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	20	3	45	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	55	0	0	0	0
TOTAL		0	0	2	25	17	175	0	0	0	0

Tabela 13

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2011 – 2ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	20	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	2	35	0	0	0	0
	Tema II	1	15	0	0	4	50	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	60	0	0	0	0
TOTAL		1	15	0	0	18	185	0	0	0	0

Nos exames de 2011 é solicitada a resposta a 19 itens, mantendo o critério de igualdade que entre as duas fases de exame de cada ano (20 itens em 2010, 19 itens na primeira e segunda fase de 2009, respetivamente, 19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 em 2006).

Em ambas as fases de exame, o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.



A valorização atribuída aos itens de escolha múltipla mantém-se, comparativamente com os exames do ano de 2008, de 2009 e os exames de ambas as fases de 2010, nos anos 2006 e 2007, cada item do Grupo I valia 9 pontos e o conjunto os itens de resposta múltipla, um total de 63 pontos.

Mantém-se também a valorização dos itens de desenvolvimento, constatando-se que ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases de exame 160 pontos, tal como em 2010, de 2009 e em ambas as fases de 2008, e superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Tal como já constatado em relação aos exames de 2007, 2008, 2009 e 2010, decorre também da análise, que não se verifica a absoluta similaridade nas provas, relativamente à relevância e distribuição aos itens por cada um dos Temas.

Verificamos que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a dois itens de categorização SOLO relacional, sendo uma de escolha múltipla (Grupo I) e a outra de desenvolvimento (Grupo II), tal como se verificou na primeira fase de 2010. Recordamos que em ambas as fases de exame de 2009, à semelhança de 2008 e da primeira fase de exame de 2007 era exigida de resposta a apenas um item classificado na categorização SOLO como relacional.

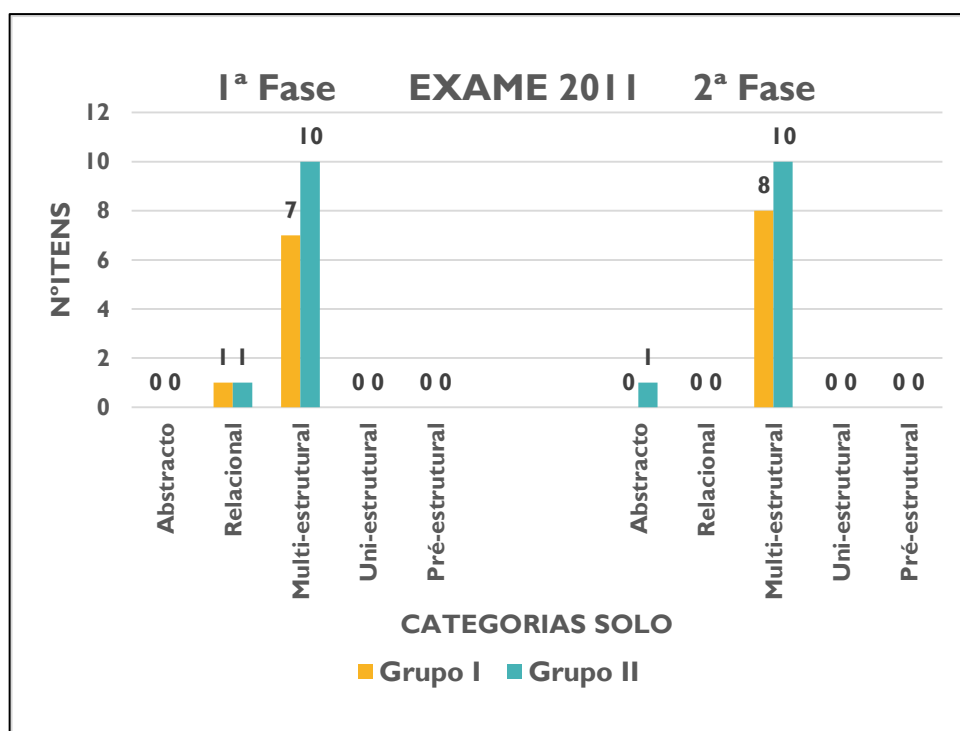
Comparativamente, na segunda fase de exame não existem itens de categorização SOLO relacional, mas apenas um item de categorização SOLO abstrato.

Constatamos, ainda que a pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na primeira fase de exame é distribuída por dois itens, uma de escolha múltipla e outra de desenvolvimento, ambas do Tema II, no total de 25 pontos. Já no exame da segunda fase a pontuação atribuída ao item de nível abstrato se verifica num único item de desenvolvimento, também do Tema II, com 15 pontos.

Tal como em 2009 e 2010, é evidenciada uma diferença ao nível da diferente ponderação dos Temas em ambas as fases do exame, nomeadamente quanto à pontuação e ao tipo de resposta requerida.

À semelhança da segunda fase de 2009 e a ambas as fases de 2010, verificamos que não é solicitada qualquer resposta a itens classificadas na categorização SOLO ao nível uni-estrutural.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.

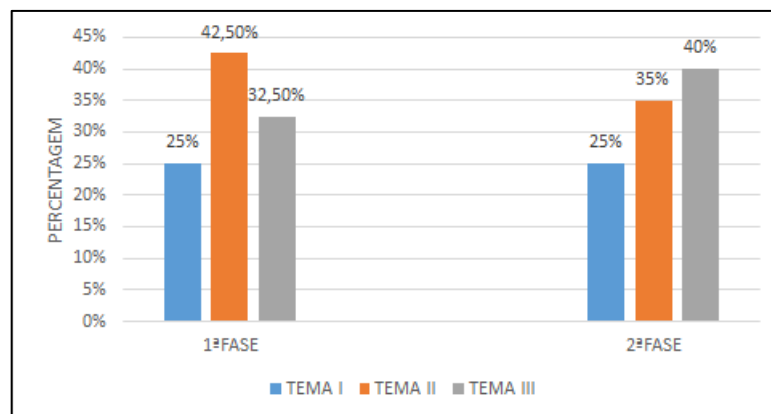


**Gráfico 25.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2011 - 1ª e 2ª fase

Assim, na primeira fase de exame de 2011, 175 pontos correspondem a itens com categorização SOLO multi-estrutural, ou seja 87,5% do exame e 25 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 12,5% da pontuação total do exame. Comparativamente com a primeira fase de 2010, notamos uma diminuição do peso relativo dos itens com a categorização SOLO multi-estrutural, que representavam 92,5% do exame, e apenas 7,5% da pontuação estava atribuída a itens com categorização SOLO relacional.

Já na segunda fase de exame verificamos que o conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde a 185 pontos, ou seja 92,5% da pontuação total do exame, e um item com a categorização SOLO abstrato que corresponde a 15 pontos cada, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame. Comparativamente com os exames de 2010 podemos observar que a pontuação que era então atribuída a itens com a categorização SOLO relacional (15 pontos) corresponde agora a um item de nível abstrato.

No gráfico seguinte demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2011.



**Gráfico 26.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2011 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2011, verificamos a desvalorização do “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que tem agora atribuídos 50 pontos, que correspondem a 25% da cotação total do exame, situação que se repete na segunda fase de exame. Comparativamente, na primeira fase de 2010 foi atribuída uma cotação de 55 pontos ao Tema I, correspondente a 27,5% da cotação total do exame, enquanto que na segunda fase de exame de 2010 e em ambas as fases dos exames de 2008 e de 2009, foi atribuída uma cotação de 60 pontos correspondentes a 30% da cotação total dos exames.

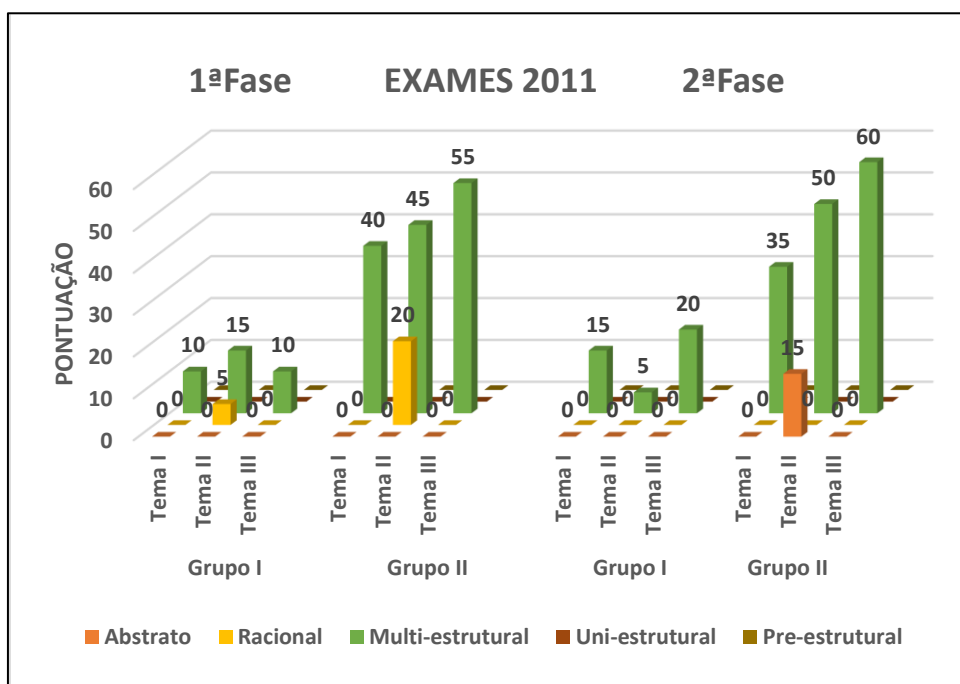
Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 85 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 42,5% da cotação global do exame. No exame da segunda fase é atribuída a cotação de 70 pontos, correspondente a 35% da cotação global do exame, em linha com os 35% da cotação global do exame da primeira fase de 2010 e ligeiramente abaixo dos 37,5% da cotação global do exame da segunda fase. Em 2009 este Tema representava 45% e 50%, respetivamente, da cotação global dos exames da primeira e segunda fase.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 65 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 32,5% da cotação global do exame. Na segunda fase é atribuída a cotação de 80 pontos, que corresponde a 40% da cotação global do exame mantendo a valorização mais equilibrada deste Tema, face aos demais, já verificada nos exames de 2010, em comparação com os exames de 2009 em que a valorização deste Tema se ficou pelos 25% e 20% da cotação global de cada um dos exames da primeira e segunda fase, respetivamente.

Decorre do exposto que nos exames de Matemática A de 2011, foi atribuída diferente importância relativa aos Temas II e III, mantendo-se o Tema I com a mesma relevância em ambos os exames.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II na primeira fase e do Tema III, na segunda fase.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação do exame da primeira fase é distribuída apenas por duas categorias de itens, multi-estrutural e relacional, à semelhança dos exames de 2010 e na segunda fase, também por duas categorias, mas multi-estrutural e abstrato mantendo-se a inconsistência já observada de ano para ano e entre fases de exame.



**Gráfico 27.** Comparativo de incidência por Temas - 2011 - 1ª e 2ª fase

Prosseguindo com a análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 10 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 25% da cotação total do Grupo. Em 2008, 2009 e 2010 este Tema valia 37,5% da cotação total do Grupo de itens de escolha múltipla.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 20 pontos, que correspondem a 50% da cotação do Grupo I, quando em 2010 tal como em 2008 e segunda fase de 2009 este Tema valia também 37,5% da cotação total do Grupo I.

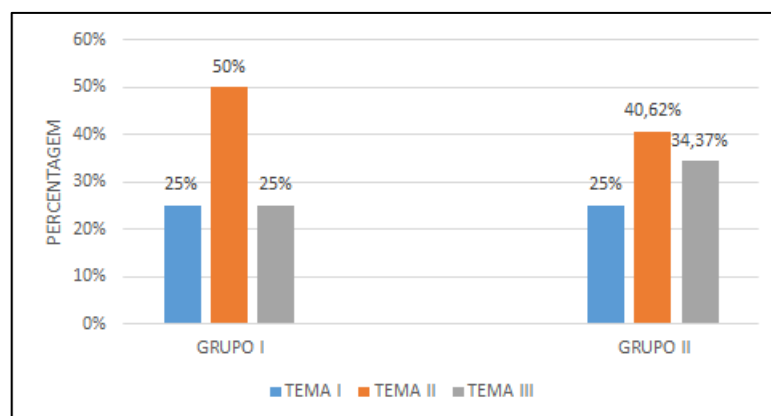
Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 10 pontos, mantendo o peso relativo verificado em 2008, segunda fase de 2009 e 2010, que corresponde aproximadamente a 25% da cotação total do Grupo I.

Assim, relativamente aos itens do Grupo I, verificamos que se repete a prevalência de um dos Temas, já verificada em 2007, reintroduzindo-se maior desequilíbrio no peso relativo de um Tema, em relação aos demais.

Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 40 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 25% da cotação do Grupo II, tal como na primeira fase de 2010. Na segunda fase do ano anterior, e em ambas as fases de exame de 2009 foi atribuída a cotação de 45 pontos ao Tema I, correspondente a 28,12% da cotação do Grupo II, tal como na primeira e segunda fase de 2008 e ligeiramente superior à incidência de 23,36% que se constatou em ambos os exames de 2006 e de 2007.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos agora 65 pontos, que correspondem a aproximadamente 40,62% da cotação do Grupo II. Na primeira fase de 2010 este Tema valeu 34,37% da cotação do Grupo II e na segunda fase 37,5%. Já em 2009, a pontuação atribuída correspondeu a 53,12% em ambas as fases, lembrando que o mesmo representava valores de 43,75% e 37,5% na primeira e segunda fases de 2008, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos agora 55 pontos, que correspondem a 34,37% da cotação total do Grupo II. Na primeira fase de 2010 correspondia a 40,62% da cotação, verificando-se, assim, uma troca de posições entre o Tema II e III. Relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que, desta feita, foi o Tema II o mais cotado nos itens de desenvolvimento, conforme se demonstra no gráfico seguinte. O Tema I mantém a representatividade média já verificada em ambas as fases de exame de 2008, 2009 e 2010.



**Gráfico 28.** Valorização por Temas abordados – 2011 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2011, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 175 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 25 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} = 12,5$$

Com a valorização dos itens de categorização SOLO relacional, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 12,5, demonstrando-se o aumento de exigência em relação aos exames do ano anterior (12,3) ainda que inferior ao exame da segunda fase de 2009 (12,9).

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2011 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 92 em 200 pontos, cessando aqui os resultados positivos das primeiras fases de exame verificados em 2010, 2009 e 2008, e cuja sustentação era regularmente questionada pelos resultados indistintamente negativos das segundas fases.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo, em conformidade com o já registado nos três anos anteriores, mas superior à cotação atribuída na primeira fase, correspondente a 25% da pontuação total do Grupo.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos apenas 5 pontos, que correspondem a 12,5% da cotação do Grupo I. Na primeira fase, este Tema II valia 50% da

cotação do Grupo I. Nos três anos anteriores este Grupo correspondeu a 37,5% da cotação total do Grupo I, exceto na primeira fase de 2009 com 12,5%.

Já ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase 20 pontos, correspondentes a 50% da cotação do Grupo I, quando o histórico da primeira fase e dos três anos anteriores atribuía uma cotação correspondente a apenas 25% da cotação total do Grupo I, exceto na primeira fase de 2009 com 50%.

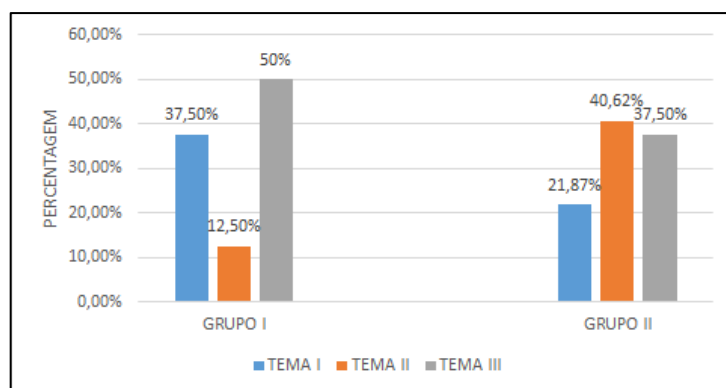
Verificamos, assim, diferenças assinaláveis entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla. O Tema II, que representou 50% da cotação do Grupo I na primeira fase representa apenas 12,5% na segunda fase, constatando-se ainda um desequilíbrio na ponderação dos Temas I e III na segunda fase.

Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 35 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que correspondem a 21,87% da cotação total do Grupo II, ligeiramente abaixo dos 25% da cotação total do Grupo II verificados na primeira fase de exame.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 65 pontos, que correspondem a aproximadamente 40,62% da cotação total do Grupo II, tal como na primeira fase, mantendo-se o Tema com maior relevância no Grupo.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” são atribuídos 60 pontos, que correspondem aproximadamente a 37,5% da cotação total do Grupo II, enquanto na primeira fase representava 34,37% da cotação total do Grupo.

A distribuição dos Temas ficou distribuída da forma que podemos observar no gráfico seguinte, realçando a total assimetria nas classificações atribuídas por Tema no Grupo I, da primeira para a segunda fase de exame.



**Gráfico 29.** Valorização por Temas abordados – 2011 – 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2011, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 185 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 12,6$$

Verificamos que apesar das diferenças na estrutura das provas, entre a primeira e a segunda fase de exames, o grau de dificuldade foi praticamente igual.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2011 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 80 em 200 pontos, o que representa uma diferença de 12 pontos em relação à média verificada na primeira fase, e é ainda inferior às médias de 93,9 e 93,4 verificadas nas duas fases de exame de 2007, de 88,9 verificada na segunda fase de 2008, de 88,1 verificada na segunda fase de 2009 e de 84 verificada na segunda fase de 2010.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- Apesar de a média final ser negativa em ambas as fases do exame, a média da primeira fase continua a ser superior à média da segunda fase.
- A diferença entre as classificações obtidas na primeira e na segunda fase de 2011 (12 pontos), ainda é considerável, apesar de ser bastante inferior à diferença de 24 pontos registada em 2010 e à diferença de 21,9 pontos verificada entre as duas fases de exame de 2009.
- O grau de dificuldade da segunda fase de exame é ligeiramente superior, o que pode justificar, pelo menos parcialmente, a diferença nos resultados entre as duas fases.



### 7.1.7 Interpretação dos dados dos exames de 2012

Da análise e categorização dos itens incluídas nos exames nacionais de Matemática A de 2012 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 14

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2012 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	1	5	2	10	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	40	0	0	0	0
	Tema II	1	15	2	30	1	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	60	0	0	0	0
TOTAL		1	15	3	35	15	150	0	0	0	0

Tabela 15

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2012 – 2ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	1	10	0	0	2	35	0	0	0	0
	Tema III	1	15	0	0	4	55	0	0	0	0
TOTAL		2	25	0	0	17	175	0	0	0	0

Nos exames de 2012 é solicitada novamente a resposta a 19 itens, tal como em 2011 (20 itens em 2010 e 19 itens na primeira e segunda fase de 2009, respetivamente, 19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 itens em 2006).

Em ambas as fases de exame, o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.

A valorização atribuída aos itens de escolha múltipla mantém-se, à semelhança dos exames do ano de 2008, 2009 e os exames de ambas as fases de 2010 e 2011.

Mantém-se também a valorização dos itens de desenvolvimento. Ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases de exame 160 pontos, tal como em 2010, 2011 e

2009 e em ambas as fases de 2008, e superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Tal como já constatado em relação aos exames dos anos anteriores, com exceção de 2006, não se verifica a absoluta similaridade nas provas das duas fases de exame, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas e, também neste caso, ao grau de dificuldade dos itens colocadas.

Verificamos que na primeira fase de exame é solicitada, pela primeira vez, a resposta a três itens de categorização SOLO relacional, sendo uma de escolha múltipla (Grupo I) e a duas de desenvolvimento (Grupo II).

Na primeira fase do exame de 2011 e na primeira fase de 2010 era solicitada a resposta a dois itens deste nível.

Em ambas as fases de exame de 2009, à semelhança de 2008 e da primeira fase de exame de 2007 era exigida de resposta a apenas um item classificada na categorização SOLO relacional.

Na primeira fase é ainda solicitada a resposta a um item de nível abstrato, confirmando assim um aumento considerável no nível de exigência do exame.

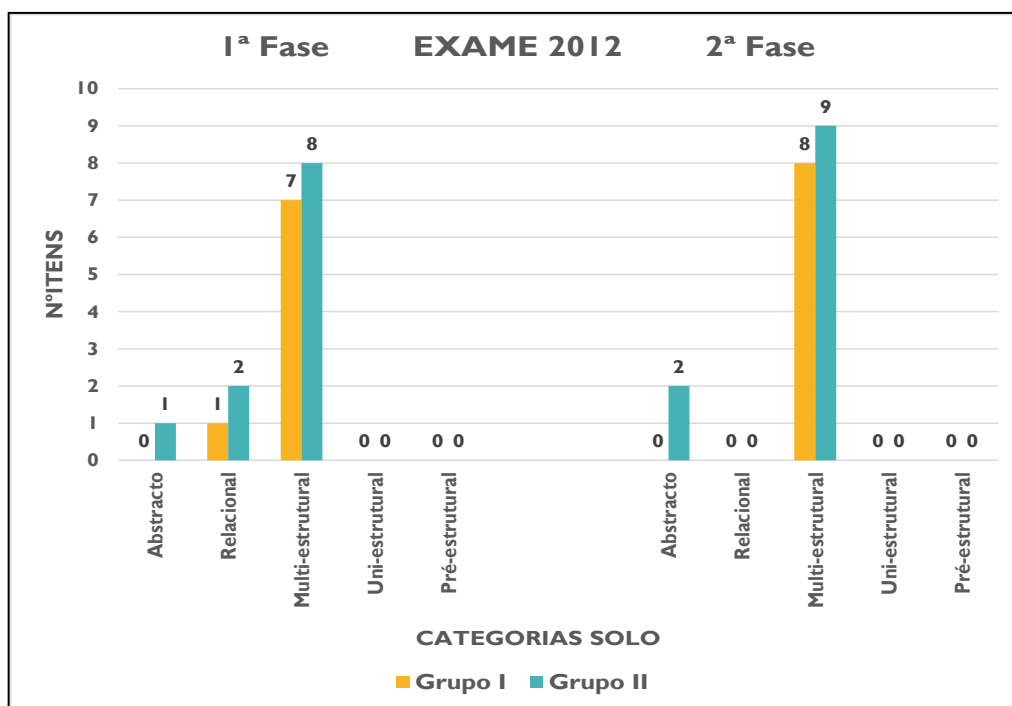
Comparativamente, na segunda fase de exame não existem itens de categorização SOLO relacional, mas são colocadas, pela primeira vez, dois itens de categorização SOLO abstrato. Na segunda fase de 2011, apenas era colocada um item de categorização SOLO abstrato.

Constatamos ainda que a pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na primeira fase de exame é distribuída por três itens, uma de escolha múltipla e duas de desenvolvimento, todas do Tema II, no total de 35 pontos.

Já no exame da segunda fase a pontuação atribuída aos itens de nível abstrato distribui-se em dois itens de desenvolvimento dos Temas II e III, valendo 10 pontos a primeira e 15 pontos a segunda.

Tal como em 2009, 2010 e 2011 é evidenciada uma diferença ao nível da diferente ponderação dos Temas em ambas as fases do exame, nomeadamente quanto à pontuação e ao tipo de resposta requerida.

Conforme se vem verificando desde a segunda fase de 2009, verificamos que não é solicitada qualquer resposta a itens classificadas na categorização SOLO ao nível uni-estrutural. De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.



**Gráfico 30.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2012 - 1ª e 2ª fase

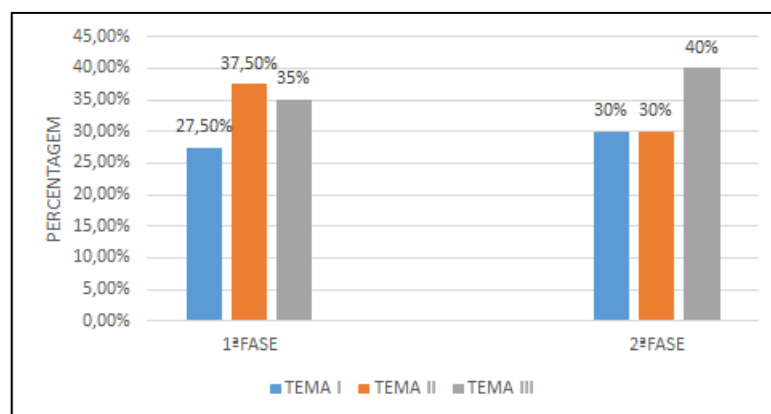
Assim, na primeira fase de exame de 2012, 150 pontos correspondem a item com categorização SOLO multi-estrutural, ou seja, apenas 75% do exame, 35 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 17,5% da pontuação total do exame e 15 pontos correspondem a itens com a categorização SOLO abstrato, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame.

Comparativamente com a primeira fase de 2011, e tal como vinha já acontecendo em relação a 2010, notamos uma diminuição do peso relativo dos itens com a categorização SOLO multi-estrutural, que representavam 87,5% do exame, e apenas 12,5% da pontuação estava atribuída a itens com categorização SOLO relacional.

Já na segunda fase de exame verificamos que o conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde a 175 pontos, ou seja 87,5% da pontuação total do exame, e 25 pontos atribuídos aos itens com categorização SOLO abstrato que corresponde a 12,5% da pontuação total do exame.

Comparativamente com a segunda fase de exame de 2011 podemos observar que a pontuação atribuída a itens com a categorização SOLO abstrato aumentou significativamente em relação à então verificada (7,5%).

No gráfico seguinte demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2012.



**Gráfico 31.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2012 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2012, verificamos que ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, são atribuídos 55 pontos, que correspondem a 27,5% da cotação total do exame. Na segunda fase de exame são atribuídos 60 pontos a este Tema, que correspondem a 30% da cotação total do exame. Comparativamente, em ambas as fases de 2011 o Tema I valia 25% da cotação total do exame. Na primeira fase de 2010 foi atribuída uma cotação de 55 pontos ao Tema I, correspondente a 27,5% da cotação total do exame, enquanto que na segunda fase de exame de 2010 e em ambas as fases dos exames de 2008 e de 2009, foi atribuída uma cotação de 60 pontos correspondentes a 30% da cotação total dos exames.

Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 75 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 37,5% da cotação global do exame. Na segunda fase de exame é atribuída a cotação de 60 pontos, que corresponde a 30% da cotação total do exame.

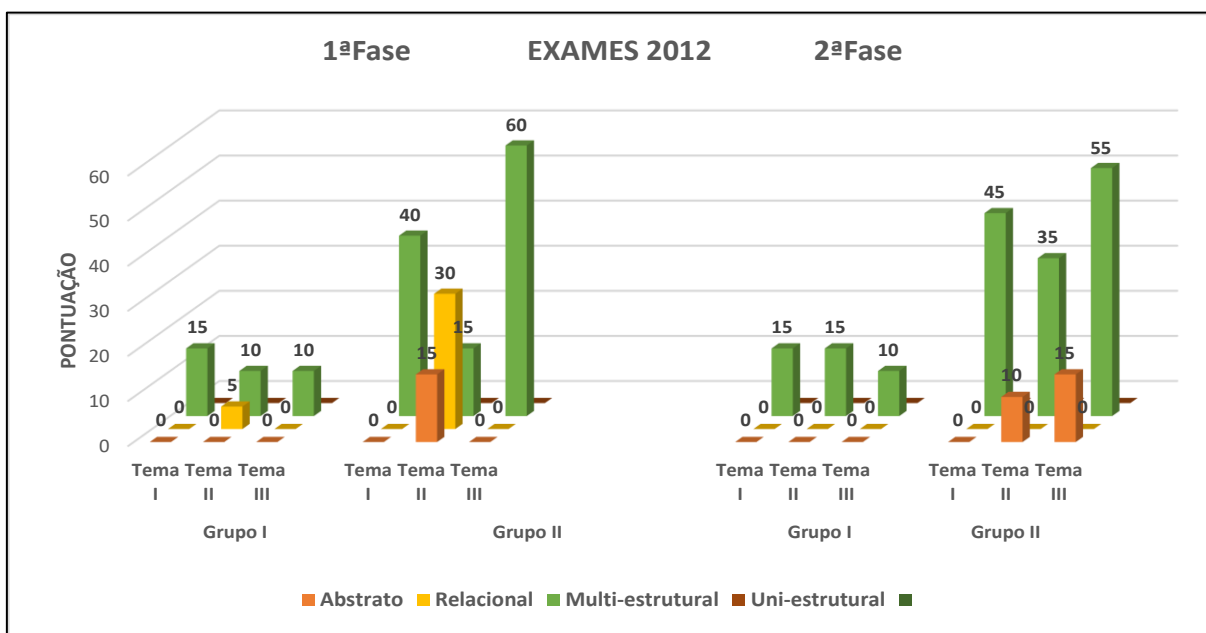
Nos exames de 2011 este Tema valia 42,5% e 35% nos exames da primeira e segunda fase, respetivamente. Lembramos que em 2009 este Tema representava 45% e 50%, respetivamente, da cotação global dos exames da primeira e segunda fase.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 70 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 35% da cotação global do exame. Na segunda fase é atribuída a cotação de 80 pontos, que corresponde a 40% da cotação global do exame, praticamente em linha com o verificado nos exames do ano anterior (32,5% e 40%, respetivamente).

Assim, verificamos que nos exames de Matemática A de 2012, foi atribuída uma importância absolutamente díspar a todos os Temas, comparando ambas as fases de exame.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos novamente uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II na primeira fase e do Tema III, na segunda fase, tal como no ano anterior.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação do exame da primeira fase é distribuída por três categorias de itens, multi-estrutural, relacional e abstrato, e por duas categorias na segunda fase, multi-estrutural e abstrato mantendo-se a inconsistência já observada de ano para ano e entre fases de exame.



**Gráfico 32.** Comparativo de incidência por Temas - 2012 - 1ª e 2ª fase

Na análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, tal como se verificou entre 2008 e 2010, 15 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 37,5% da cotação total do Grupo. Na primeira fase 2011, este Tema valia 25% da cotação total do Grupo dos itens de escolha múltipla. Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 15 pontos, que correspondem a 37,5% da cotação do Grupo I, tal como se verificou também entre 2008 e 2010, exceto na primeira fase de 2009, com 12,5%. Na primeira fase de 2011 este Tema valia também 50% da cotação total do Grupo I.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 10 pontos, mantendo o peso relativo verificado entre 2008 e 2011, que corresponde a 25% da cotação total do Grupo I, exceto na primeira fase de 2009, com 50%.

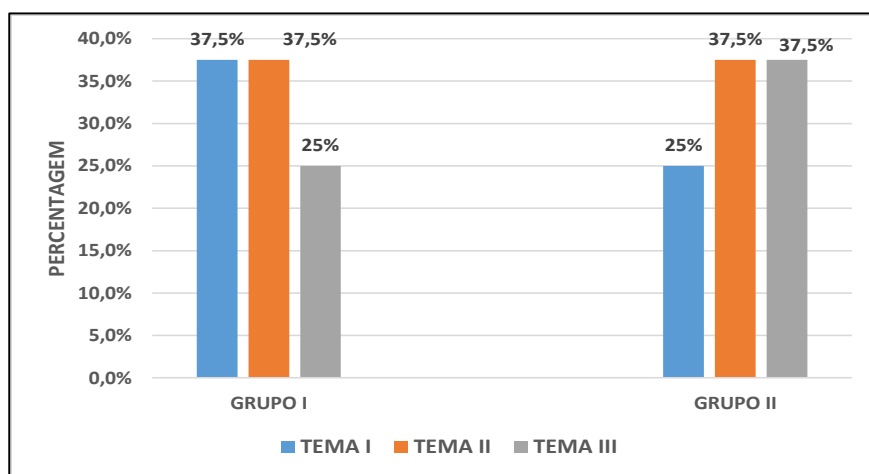
Em 2012, verificamos um equilíbrio entre os Temas I e II, mantendo-se a cotação que vinha já sendo atribuída ao Tema III no Grupo de escolha múltipla. Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 40 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 25% da cotação do Grupo II, tal como nas primeiras fases de 2010 e 2011.

Na segunda fase de 2011 este Tema I valia 21,87%. Na segunda fase do 2010, e em ambas as fases de exame de 2009 foi atribuída a cotação de 45 pontos ao Tema I, correspondente a 28,12 % da cotação do Grupo II, tal como na primeira e segunda fase de 2008 e ligeiramente superior à incidência de 23,36% que se constatou em ambos os exames de 2006 e de 2007.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos 60 pontos, que correspondem a aproximadamente 37,5%, relativamente próximo da tendência recente valorização deste Tema II no Grupo II (40,62% em 2011, 34,37% na primeira fase de 2010 e 37,5% na segunda fase). Já em 2009, a pontuação atribuída correspondeu a 53,12% em ambas as fases, lembrando que o mesmo representava valores de 43,75% e 37,5% na primeira e segunda fase de 2008, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007. Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos agora 60 pontos, que correspondem a 37,5% da cotação total do Grupo II.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que os Temas II e III têm a mesma relevância nos itens de desenvolvimento, conforme se demonstra no gráfico seguinte.

O Tema I mantém a tendência de representatividade média já antes assinalada.



**Gráfico 33.** Valorização por Temas abordados – 2012 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2012, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 150 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 35 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 13,3$$

Com a introdução, pela primeira vez de três itens de categorização SOLO relacional a par de um item de categorização SOLO abstrato, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 13,3, confirmando-se a tendência de aumento de exigência que já se tinha constatado no ano anterior, quando se verificaram Índices de 12,5 e 12,6, na primeira e segunda fase de exame, respetivamente, superando mesmo o grau de dificuldade do exame da segunda fase de 2009 (12,9).

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2012 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 87 em 200 pontos, relativamente previsível, face ao aumento da complexidade do exame.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo, em conformidade com o já registado nos quatro anos anteriores, com exceção da primeira fase de 2011 (25%).

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 15 pontos, que correspondem também a 37,5% da cotação total do Grupo. No ano anterior este Tema II valia 50% e 12,5% da cotação do Grupo I, na primeira e segunda fase, respetivamente. Nos três anos anteriores este Grupo correspondeu a 37,5% da cotação total do Grupo I. exceto na primeira fase de 2009, com 12,5%.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase, 10 pontos, correspondentes a 25% da cotação do Grupo I. Na segunda fase de 2011 e na primeira fase de 2009, este Tema valia 50% da cotação do Grupo I. Na primeira fase e nos três anos anteriores cotação correspondeu também a 25% da cotação total do Grupo I.

Verificamos, assim, identidade entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla.

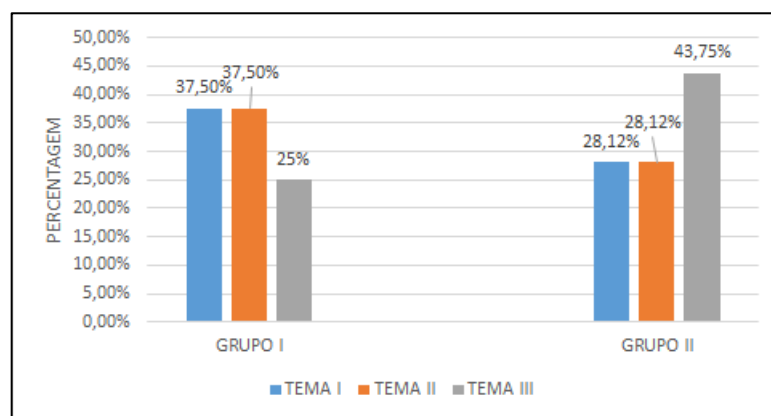
Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades

e Combinatório”, que correspondem a 28,12% da cotação total do Grupo II, ligeiramente acima dos 25% da cotação total do Grupo II verificados na primeira fase de exame.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 45 pontos, que correspondem igualmente a 28,12% da cotação total do Grupo II, quando na primeira fase, representava 37,5% da cotação do Grupo.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” são atribuídos 70 pontos, que correspondem aproximadamente a 43,75% da cotação total do Grupo II, enquanto na primeira fase representava 37,5% da cotação total do Grupo.

A distribuição dos Temas ficou distribuída da forma que podemos observar no gráfico seguinte:



**Gráfico 34.** Valorização por Temas abordados – 2012 – 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2012, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 175 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 25 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 13$$

Verificamos assim que as diferenças na estrutura das provas, entre a primeira e a segunda fase de exames, nomeadamente quanto ao número de itens de nível relacional e abstrato, resultaram num grau de dificuldade ligeiramente inferior, mas, ainda assim, a confirmar a tendência para provas consistentemente mais difíceis.



Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2012 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 83 em 200 pontos, mais baixa que os 87 pontos verificados na primeira fase, apesar do grau de dificuldade superior.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parciais:

- Apesar de a média final ser negativa em ambas as fases do exame, a média da primeira fase continua a ser superior à média da segunda fase.
- Apesar de o grau de dificuldade da segunda fase de exame ser ligeiramente inferior, os resultados são também inferiores.

### 7.1.8 Interpretação dos dados dos exames de 2013

Da análise e categorização dos itens incluídos nos exames nacionais de Matemática A de 2013 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 16

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2013 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	1	15	2	30	0	0	0	0
	Tema II	1	15	2	30	2	30	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	3	40	0	0	0	0
TOTAL		1	15	3	45	15	140	0	0	0	0

Tabela 17

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2013 – 2ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	1	5	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	1	15	2	30	0	0	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	15	4	55	0	0	0	0
TOTAL		1	15	3	45	14	135	1	5	0	0

Nos exames de 2013 é solicitada novamente a resposta a 19 itens, tal como em 2012 e 2011 (20 itens em 2010, 19 itens na primeira e segunda fase de 2009, respetivamente, 19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 em 2006).

Em ambas as fases de exame, o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.

A valorização atribuída aos itens de escolha múltipla mantém-se inalterada desde 2008.

Mantém-se também a valorização dos itens de desenvolvimento. Ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases de exame 160 pontos, tal como em 2010, 2011 e 2012, em ambas as fases de 2008 e 2009, e superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Desta feita, pese embora não seja absoluta a similaridade nas provas das duas fases de exame, verificamos alguma preocupação no equilíbrio das duas fases, como veremos, relativamente à relevância e distribuição dos itens por cada um dos Temas e ao grau de dificuldade dos itens colocadas.

Verificamos que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a três itens de categorização SOLO relacional, todas de desenvolvimento (Grupo II). Na primeira fase de 2012 era igualmente solicitada a resposta a três itens deste nível, sendo que um era do Grupo I.

Na primeira fase do exame de 2011 e na primeira fase de 2010 era solicitada a resposta a dois itens deste nível. Em ambas as fases de exame de 2009, à semelhança de 2008 e da primeira fase de exame de 2007 era exigida de resposta a apenas um item classificado na categorização SOLO relacional.

Na primeira fase é ainda solicitada a resposta a um item de nível abstrato, tal como já acontecia no ano anterior. Todas as restantes são de categorização SOLO multi-estrutural.

Comparativamente, na segunda fase de exame são colocadas também três itens de categorização SOLO relacional, também de desenvolvimento (Grupo II), um item de categorização SOLO abstrato e um item de nível uni-estrutural, algo que já não se verificava desde a segunda fase de 2009. As restantes são de categorização SOLO multi-estrutural.

Na segunda fase de 2012 era solicitada a resposta a dois itens de categorização SOLO abstrato e nenhuma do nível relacional. Em 2011, apenas era colocada um item de categorização SOLO abstrato.

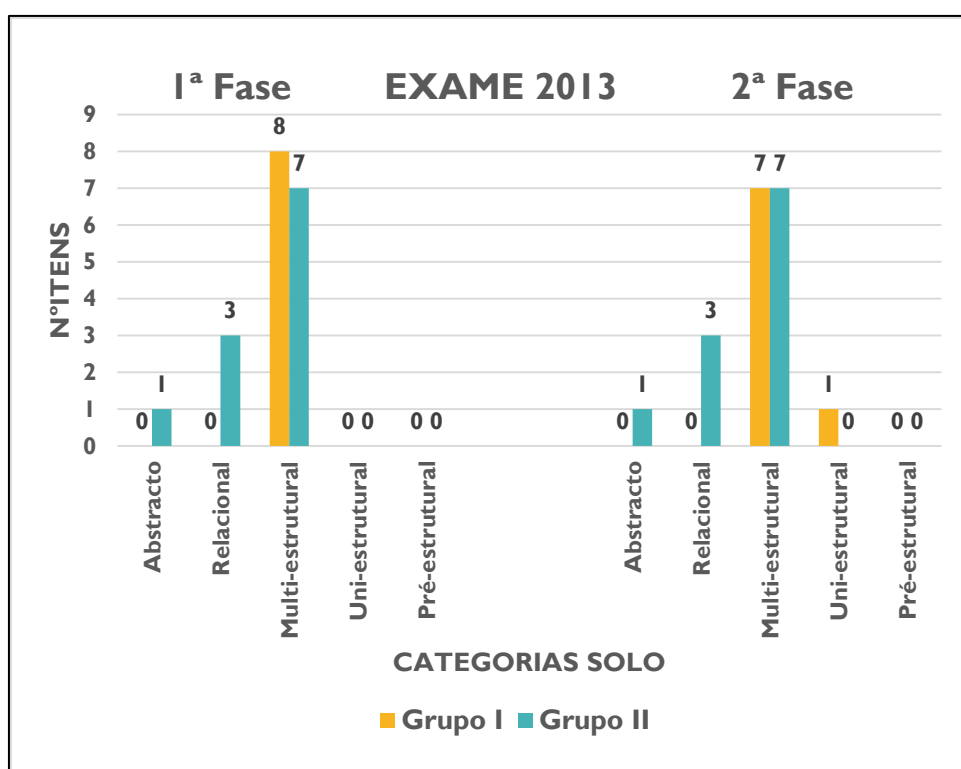
Como vimos, a pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na primeira fase de exame é distribuída por três itens, todos de desenvolvimento, sendo dois do

Tema II e um do Tema I, no total de 45 pontos. O item de categorização SOLO abstrato é relativa ao Tema II e é também de desenvolvimento, valendo 15 pontos.

No exame da segunda fase a pontuação atribuída ao item de nível abstrato também é de desenvolvimento e do Tema II, valendo igualmente 15 pontos. A pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na segunda fase de exame é distribuída também por três itens, todos de desenvolvimento, sendo dois do Tema II, tal como na primeira fase e um do Tema III, no total de 45 pontos. O item de nível uni-estrutural é de escolha múltipla, relativa ao Tema II e vale 5 pontos.

Ao contrário do que se verificou em 2009, 2010, 2011 e 2012, conseguimos evidenciar alguma preocupação ao nível da ponderação dos Temas em ambas as fases do exame, quanto ao tipo de resposta requerida. No entanto, continuam a verificar-se diferenças assinaláveis ao nível da pontuação atribuída a cada Tema.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.



**Gráfico 35.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2013 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2013, 140 pontos correspondem a itens com categorização SOLO multi-estrutural, ou seja, apenas 70% do exame, 45 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, isto é, 22,5% da pontuação total do exame e 15 pontos

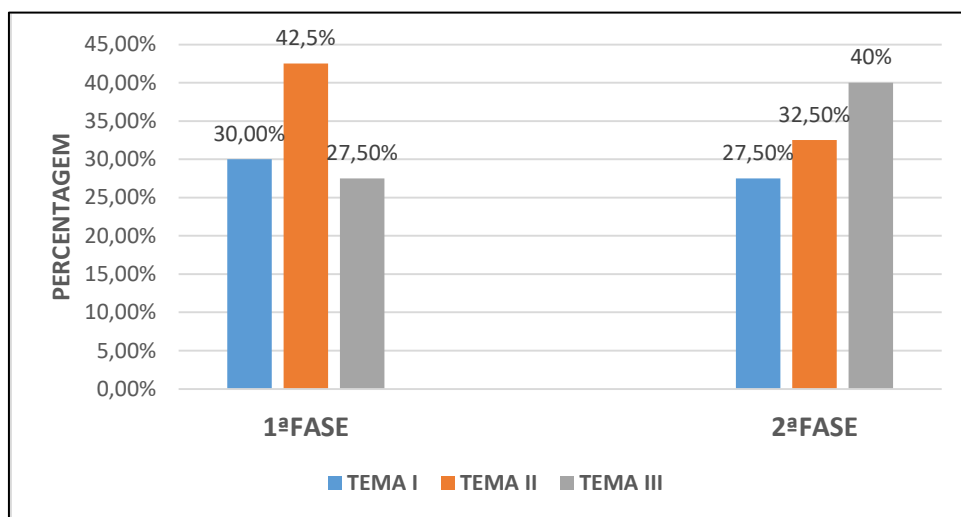
correspondem a itens com a categorização SOLO abstrato, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame.

Comparativamente com a primeira fase de 2012, e tal como vinha já acontecendo em relação a 2010 e 2011, notamos uma nova diminuição do peso relativo dos itens com a categorização SOLO multi-estrutural, que representavam 75% do exame, com a consequente valorização do grupo de itens com a categorização SOLO relacional.

Já na segunda fase de exame verificamos que o conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde a 135 pontos, ou seja 67,5% da pontuação total do exame, 45 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 22,5% da pontuação total do exame e 15 pontos correspondem a itens com a categorização SOLO abstrato, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame e 5 pontos são atribuídos a um item de categorização SOLO uni-estrutural, ou seja, 2,5% da pontuação total do exame.

Comparativamente com a segunda fase de exame de 2012 podemos observar que a pontuação atribuída a itens com a categorização SOLO abstrato baixou (12,5% na segunda fase de 2012).

No gráfico seguinte demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2013.



**Gráfico 36.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2013 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2013, verificamos que ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, são atribuídos 60 pontos, que correspondem a 30% da cotação total do exame. Na segunda fase de exame são atribuídos 55 pontos a este Tema, que correspondem a 27,5% da cotação total do exame.

Comparativamente, em 2012 o Tema valia 27,5% e 30% da cotação total de cada uma das fases, respetivamente. Em ambas as fases de 2011 o Tema I valia 25% da cotação total do exame. Na primeira fase de 2010 foi atribuída uma cotação de 55 pontos ao Tema I, correspondente a 27,5% da cotação total do exame, enquanto que na segunda fase de exame de 2010 e em ambas as fases dos exames de 2008 e de 2009, foi atribuída uma cotação de 60 pontos correspondentes a 30% da cotação total dos exames.

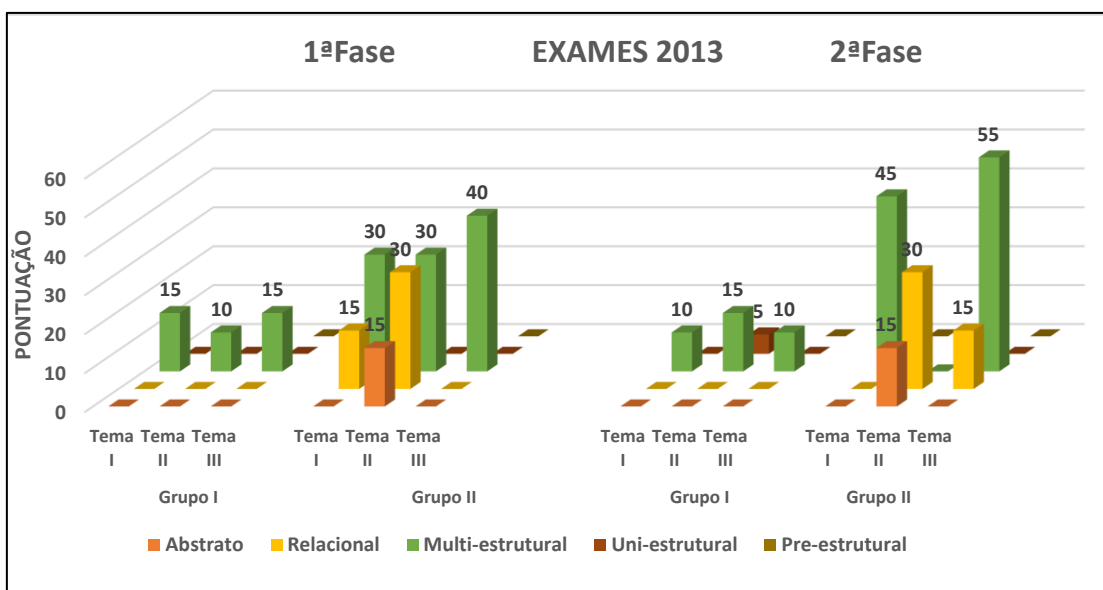
Dos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 85 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 42,5% da cotação global do exame. Na segunda fase de exame é atribuída a cotação de 65 pontos, que corresponde a 32,5% da cotação total do exame. A diferença na pontuação atribuída ao Tema II em cada um dos exames é ainda superior à verificada nos exames de 2012 (37,5% e 30% da cotação total dos exames, respetivamente). Nos exames de 2011 este Tema valia 42,5% e 35% nos exames da primeira e segunda fase, respetivamente e em 2009 este Tema representava 45% e 50%, respetivamente, da cotação global dos exames da primeira e segunda fase.

Dos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 55 pontos no exame da primeira fase, que corresponde a 27,5% da cotação global do exame. Na segunda fase é atribuída a cotação de 80 pontos, que corresponde a 40% da cotação global do exame. No ano de 2012, este Tema valia 35% e 40% da cotação global do exame, respetivamente.

Assim, tal como já verificado em 2012, verificamos que nos exames de Matemática A de 2013, foi também atribuída uma importância absolutamente díspar a todos os Temas, comparando ambas as fases de exame.

Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos novamente uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema II na primeira fase e do Tema III, na segunda fase.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação do exame da primeira fase é distribuída por três categorias de itens, multi-estrutural, relacional e abstrato, e por quatro categorias na segunda fase, uni-estrutural, multi-estrutural, relacional e abstrato mantendo-se a inconsistência já observada de ano para ano e entre fases de exame.



**Gráfico 37.** Comparativo de incidência por Temas - 2013 - 1ª e 2ª fase

Na análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, tal como se verificou entre 2008, 2010 e no ano anterior, 15 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que corresponde a 37,5% da cotação total do Grupo.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 10 pontos, que correspondem a 25% da cotação do Grupo I. Na primeira fase de 2012 este Tema valia 37,5% da cotação do Grupo I, tal como se verificou também entre 2008 e 2010.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 15 pontos, que corresponde a 37,5% da cotação do Grupo I. Na primeira fase de 2012, este Tema valia 25% da cotação total do Grupo I.

Em 2013, verificamos um equilíbrio e prevalência nos Temas I e III, situação que se inverte na segunda fase de exame, conforme veremos.

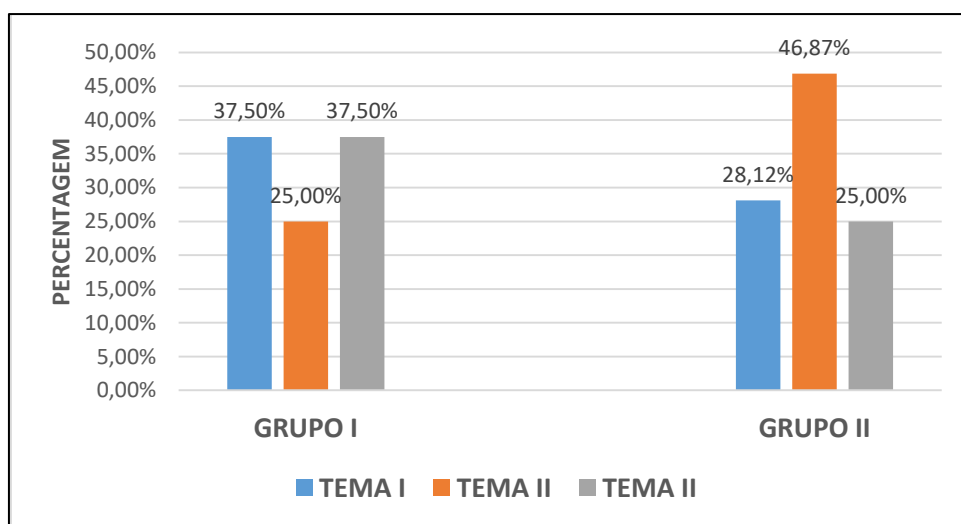
Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 28,12% da cotação do Grupo II.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos 75 pontos, que correspondem a aproximadamente 46,87% da cotação do Grupo II, confirmando a tendência de valorização deste Tema, interrompida, porém na segunda fase de 2012 (37,5% e 28,12% na primeira e segunda fase de 2012, respetivamente, 40,62% em 2011 na primeira fase, 34,37%

na primeira fase de 2010 e 37,5% na segunda fase). Já em 2009, a pontuação atribuída correspondeu a 53,12% em ambas as fases, lembrando que o mesmo representava valores de 43,75% e 37,5% na primeira e segunda fase de 2008, 49,63% na primeira fase de 2007 e 48,18% da cotação total do Grupo II na segunda fase de 2007.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos agora 40 pontos, que correspondem a 25% da cotação total do Grupo II. Em 2012, este Tema correspondia a 37,5% da cotação total do Grupo II, na primeira fase e a 43,75% na segunda fase.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema II é o mais relevante nos itens de desenvolvimento, conforme se demonstra no gráfico seguinte:



**Gráfico 38.** Valorização por Temas abordados – 2013 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2013, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 140 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 45 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 13,5$$

Com a valorização dos três itens de categorização SOLO relacional a par de um item de categorização SOLO abstrato, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 13,5, confirmando-se a tendência de aumento de exigência que já se tinha constatado nos dois anos anteriores, quando se verificaram Índices SOLO de 12,5 e 12,6,

na primeira e segunda fase de exame de 2011, respetivamente, e 13,3 e 13 na primeira e segunda fase de exame de 2012. Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2013 do 12º ano de escolaridade, na 1ª Fase, foi de 82 em 200 pontos, confirmando a tendência para a descida do resultado em consequência do aumento da complexidade do exame.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase, observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 10 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 25% da pontuação total do Grupo, verificando-se, assim, uma diminuição do peso relativo deste Tema no Grupo I, face aos 37,5% da pontuação total do Grupo na primeira fase e já registado nos quatro anos anteriores, com exceção da primeira fase de 2011 (25%).

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 20 pontos, que correspondem também a 50% da cotação total do Grupo. Na segunda fase de 2012, este Tema valia 37,5% da cotação total do Grupo e, na primeira fase de 2013, apenas 25% da cotação total do Grupo. Em 2011 este Tema valia 50% e 12,5% da cotação do Grupo I, na primeira e segunda fase, respetivamente. Nos três anos anteriores este Grupo correspondeu a 37,5% da cotação total do Grupo I, exceto na primeira fase de 2009, com 12,5%.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase, 10 pontos, correspondentes a 25% da cotação do Grupo I, tal como na segunda fase de 2012. Na primeira fase de 2013, este Tema III representava 37,5% da cotação do Grupo I. Na segunda fase de 2009 e 2011, este Tema III valia 50% da cotação do Grupo I. Na primeira fase de 2011 e nos três anos anteriores cotação correspondeu também a 25% da cotação total do Grupo I.

Verificamos, assim, que não existe identidade entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla.

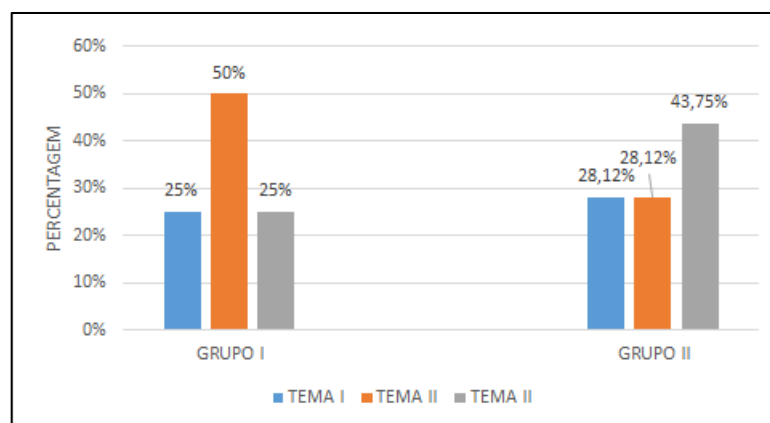
Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que correspondem a 28,12% da cotação total do Grupo II, tal como na primeira fase de exame. Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 45 pontos, que correspondem igualmente a 28,12% da cotação total do Grupo II, quando na primeira fase, representava 46,87% da cotação do Grupo.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” são atribuídos 70 pontos, que correspondem aproximadamente a 43,75% da cotação total do Grupo II, enquanto na primeira fase representava 25% da cotação total do Grupo. De assinalar, assim que, relativamente à



ponderação dos Temas no Grupo de itens de desenvolvimento, se repetiu a ponderação verificada na segunda fase de exame do ano anterior.

A distribuição dos Temas ficou distribuída da forma que podemos observar no gráfico seguinte.



**Gráfico 39.** Valorização por Temas abordados – 2013 – 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2013, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\begin{aligned} \text{Índice –SOLO} = & 5 \times \frac{8(\text{índice da categoria uni-estrutural})}{200} + 135 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + \\ & 45 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 13,4 \end{aligned}$$

O Índice SOLO é, assim, ligeiramente influenciado pela inclusão de um item de categorização SOLO uni-estrutural, ainda que com pouca relevância, face à sua ponderação na pontuação total. O grau de dificuldade é ligeiramente inferior ao verificado na primeira fase (13,5), mas mantém a constatação de tendência para provas mais exigentes, comparativamente com o período anterior.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2013 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 84 em 200 pontos, marginalmente superior aos 82 pontos verificados na primeira fase, quando o grau de dificuldade constatado foi também marginalmente superior.

Do exposto, decorre a seguinte conclusão parcial:

- A descida da média final reflete tendencialmente o aumento de grau de dificuldade que se vem verificando nos exames, de forma consistente, desde 2011.

### 7.1.9 Interpretação dos dados dos exames de 2014

Da análise e categorização dos itens incluídos nos exames nacionais de Matemática A de 2014 obtemos os dados seguintes, correspondentes a cada uma das fases de exame.

Tabela 18

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2014 – 1ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	3	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	11º ano	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	3	45	0	0	0	0
	Tema II	1	15	1	15	1	15	0	0	0	0
	Tema III	0	0	0	0	4	55	0	0	0	0
	11º ano	0	0	0	0	1	15	0	0	0	0
TOTAL		1	15	1	15	17	170	0	0	0	0

Tabela 19

#### Categorização SOLO – Exame Nacional de Matemática A – 2014 – 2ª fase

Categorias		Abstrato		Relacional		Multi-estrutural		Uni-estrutural		Pré-estrutural	
		Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação	Nº itens	Pontuação
Grupo I	Tema I	0	0	1	5	2	10	0	0	0	0
	Tema II	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	5	1	5	0	0	0	0
	11º ano	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0
Grupo II	Tema I	0	0	0	0	2	25	0	0	0	0
	Tema II	1	20	0	0	4	55	0	0	0	0
	Tema III	0	0	1	15	2	30	0	0	0	0
	11º ano	0	0	0	0	1	15	0	0	0	0
TOTAL		1	20	3	25	15	155	0	0	0	0

Nos exames de 2014, últimos da nossa série de análise, é solicitada a resposta a 19 itens, mantendo-se este aspeto inalterado desde 2011 (20 itens em 2010, 19 itens na primeira e segunda fase de 2009, respetivamente, 19 itens em 2008, 17 itens em 2007 e 18 em 2006).

Em ambas as fases de exame, o Grupo I é composto por oito itens de escolha múltipla. Cada item do Grupo I vale 5 pontos. O Grupo I corresponde, assim, ao total de 40 pontos.

A valorização atribuída aos itens de escolha múltipla mantém-se inalterada desde 2008.

Mantém-se também a valorização dos itens de desenvolvimento. Ao conjunto dos itens do Grupo II, corresponde, em ambas as fases de exame 160 pontos, tal como em 2010, 2011, 2012, 2013, 2009 e em ambas as fases de 2008, e superior aos 137 pontos que lhe estavam atribuídos nos exames de 2006 e 2007.

Os exames de 2014 serão um caso paradigmático da diferença que pode verificar-se entre provas de duas fases de exame do mesmo ano, verificando-se diferenças significativas em relação à maior parte dos critérios de análise, nomeadamente a comparação do tipo de itens de acordo com a categorização SOLO, a relevância atribuída a cada Tema no contexto geral da prova e no contexto de cada Grupo, de acordo com o tipo de resposta requerida, escolha múltipla ou resposta de desenvolvimento.

Verificamos, assim, que na primeira fase de exame é solicitada a resposta a apenas um item de categorização SOLO relacional, com resposta de desenvolvimento (Grupo II). Em 2013 e na primeira fase de 2012 era solicitada a resposta a três itens deste nível. Na primeira fase é ainda solicitada a resposta a um item de nível abstrato, tal como em 2012 e 2013. Todas as restantes são de categorização SOLO multi-estrutural.

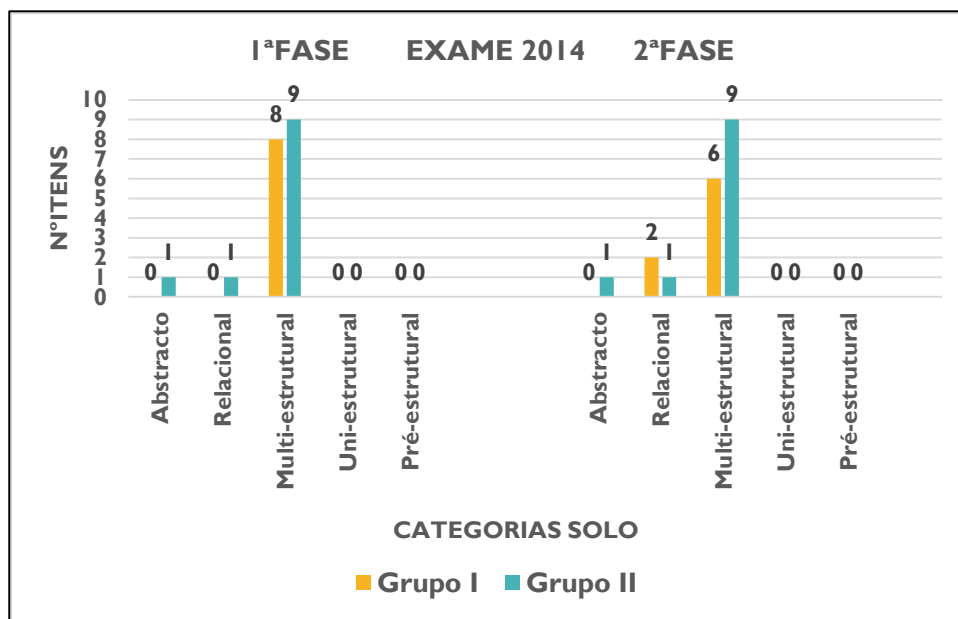
Comparativamente, na segunda fase de exame são colocadas três itens de categorização SOLO relacional, sendo uma de desenvolvimento (Grupo II) e duas de escolha múltipla (Grupo I) e um item de categorização SOLO abstrato. As restantes são de categorização SOLO multi-estrutural.

A pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na primeira fase de exame é atribuída apenas a um item de desenvolvimento do Tema II, valendo 15 pontos. Ao item de categorização SOLO abstrato é relativa também ao Tema II e de desenvolvimento, valendo igualmente 15 pontos.

No exame da segunda fase a pontuação atribuída ao item de nível abstrato também é de desenvolvimento e do Tema II, no entanto, vale 20 pontos.

A pontuação atribuída aos itens de categorização SOLO relacional, na segunda fase de exame é distribuída por três itens, dois de escolha múltipla e um de desenvolvimento, sendo dois do Tema III, e um do Tema I, no total de 25 pontos. Ao contrário do que se verificou em 2013 e tal como se vinha registando nos anos de 2009, 2010, 2011 e 2012, consideramos que não existiu especial cuidado no equilíbrio ao nível da ponderação dos Temas em ambas as fases do exame, quanto ao tipo de resposta requerida e quanto ao grau de dificuldade dos itens colocados.

De acordo com os dados descritos, obtemos a seguinte distribuição gráfica do número de itens de cada categoria SOLO, por Grupo, comparando a primeira e segunda fase de exame.



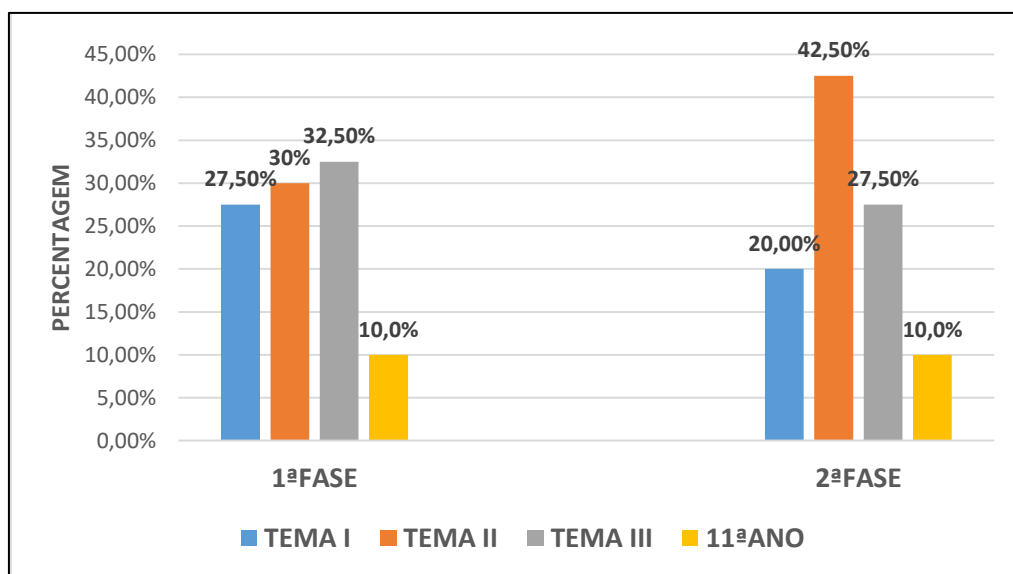
**Gráfico 40.** Comparativo de distribuição dos itens por categoria SOLO - 2014 - 1ª e 2ª fase

Na primeira fase de exame de 2014, 170 pontos correspondem a itens com categorização SOLO multi-estrutural, ou seja, 85% do exame, 15 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 7,5% da pontuação total do exame e 15 pontos correspondem a itens com a categorização SOLO abstrato, ou seja, 7,5% da pontuação total do exame.

Aos itens com categorização SOLO multi-estrutural voltam assim a ganhar peso na cotação total do exame, invertendo a tendência verificada desde 2010, com perda de relevância dos itens de categoria SOLO relacional, nesta primeira fase de 2014.

Já na segunda fase de exame verificamos que o conjunto dos itens com categorização SOLO de multi-estrutural corresponde a 155 pontos, ou seja 77,5% da pontuação total do exame, 25 pontos correspondem a itens com categorização SOLO relacional, ou seja 12,5% da pontuação total do exame e 20 pontos correspondem a itens com a categorização SOLO abstrato, ou seja, 10% da pontuação total do exame.

No gráfico seguinte demonstraremos a diferença de relevância atribuída na distribuição dos Temas abordados em cada uma das fases do exame de Matemática A de 2014.



**Gráfico 41.** Comparativo de distribuição dos Temas abordados – 2014 - 1ª e 2ª fase

Em 2014 verificou-se a introdução, em ambas as fases de exame, de um item relativo a Temas abordados no 11º ano. Sem nos debruçarmos sobre o mérito da opção, fomos apenas considerar, para efeito de ressalva na análise que vimos empreendendo, que em ambas as fases de exame é solicitada a resposta a um item de escolha múltipla e um item de desenvolvimento, com a mesma pontuação em ambas as provas, 5 pontos para o item do Grupo I e 15 pontos para o item do Grupo II.

Assim apesar da influência na relevância relativa dos restantes Temas, entendemos que não distorce a análise que temos vindo a fazer, entre as duas fases de exame. Já quanto à comparação com anos anteriores, a análise de relevância sai objetivamente distorcida, pelo que não a faremos, sob prejuízo de prejudicar a análise feita até 2013.

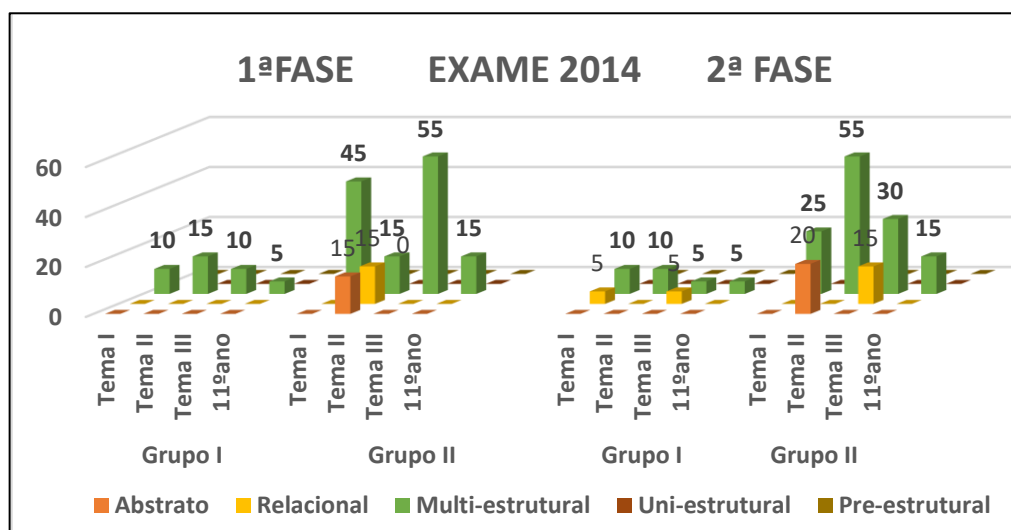
Assim, na primeira fase de exame de 2014, verificamos que ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, são atribuídos 55 pontos, que correspondem a 27,5% da cotação total do exame. Na segunda fase de exame são atribuídos 40 pontos a este Tema, que correspondem a 20% da cotação total do exame.

Aos itens do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” é atribuída a cotação de 60 pontos, no exame da primeira fase, que corresponde a 30% da cotação global do exame. Na segunda fase de exame é atribuída a cotação de 85 pontos, que corresponde a 42,5% da cotação total do exame.

Aos itens do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” é atribuída a cotação de 65 pontos no exame da primeira fase, que corresponde a 32,5% da cotação global do exame.

Na segunda fase é atribuída a cotação de 55 pontos, que corresponde a 27,5% da cotação global do exame. Assim, tal como já verificado em 2012 e 2013, verificamos que nos exames de Matemática A de 2014 foi também atribuída uma importância absolutamente díspar a todos os Temas, comparando ambas as fases de exame. Relacionando graficamente as variáveis analisadas obtemos novamente uma imagem assimétrica de ambas as fases, com prevalência de itens de desenvolvimento (Grupo II) e maior incidência e relevância atribuída aos itens do Tema III na primeira fase e do Tema II, na segunda fase.

Concluimos ainda que, de acordo com a categorização SOLO, a pontuação do exame de ambas as fases é distribuída por três categorias de itens, multi-estrutural, relacional e abstrato, com pesos relativos bastante diferentes, mantendo-se a inconsistência já observada de ano para ano e entre fases de exame.



**Gráfico 42.** Comparativo de incidência por Temas - 2014 - 1ª e 2ª fase

Na análise de distribuição por Grupo, observamos, na primeira fase, que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 10 pontos estão atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 25% da cotação total do Grupo.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 15 pontos, que correspondem a 37,5% da cotação do Grupo I.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 10 pontos, que correspondem a 25% da cotação do Grupo I. A restante pontuação do Grupo I é atribuída a um item com conteúdos do 11º ano, 5 pontos e 12,5% da cotação do Grupo I.

Em 2014, verificamos um equilíbrio nos Temas I e III, e prevalência do Tema II, o que não se repete na segunda fase de exame, conforme veremos.

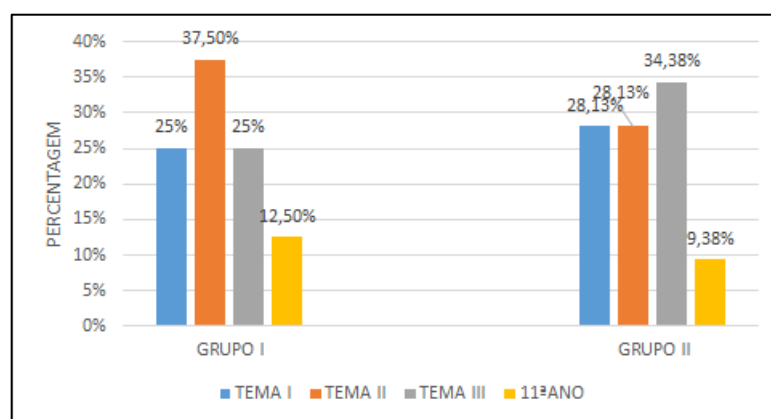
Na análise isolada do Grupo II, no exame da primeira fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 45 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que corresponde aproximadamente 28,13% da cotação do Grupo II.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” são atribuídos 45 pontos, que correspondem também a 28,13% da cotação do Grupo II.

Por sua vez, ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos 55 pontos, que correspondem a 34,38% da cotação total do Grupo II.

A restante pontuação do Grupo II é atribuída a um item com conteúdos do 11º ano, 15 pontos e 9,38% da cotação do Grupo II.

Assim, relativamente aos itens do Grupo II, verificamos que o Tema III é o mais relevante nos itens de desenvolvimento, conforme se demonstra no gráfico seguinte.



**Gráfico 43.** Valorização por Temas abordados – 2014 – 1ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da primeira fase de exame de 2014, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 170 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 15 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 15 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 12,9$$

Com a diminuição do número de itens de categorização SOLO relacional, verificamos que o grau de dificuldade da primeira fase de exame, na escala de 0 a 20, foi de 12,9, abaixo, portanto, do nível de dificuldade verificado em ambas as provas de 2013 (13,5 e 13,4),

mantendo-se, ainda assim, a tendência para níveis de exigência mais elevados, que começou a verificar-se de forma consistente desde 2011.

Como base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2014 do 12º ano de escolaridade, na 1ª fase, foi de 79 em 200 pontos, confirmando a tendência para a descida dos resultados que se tem vindo a verificar consistentemente durante os últimos anos analisados.

Prosseguindo para a análise do exame da segunda fase, observamos que no Grupo I, com o total de 40 pontos, 15 são atribuídos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório” que correspondem a 37,5% da pontuação total do Grupo.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos 10 pontos, que correspondem a 25% da cotação total do Grupo.

Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” estão atribuídos, nesta segunda fase, 10 pontos, correspondentes a 25% da cotação do Grupo I.

A restante pontuação do Grupo I é atribuída a um item com conteúdos do 11º ano, 5 pontos e 12,5% da cotação do Grupo I.

Verificamos, assim, que, com exceção do item relativo a conteúdos do 11º ano, não existe identidade entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de escolha múltipla.

Na análise do Grupo II, no exame da segunda fase, ao qual é atribuída a pontuação global de 160 pontos, verificamos que estão atribuídos 25 pontos ao “Tema I – Probabilidades e Combinatório”, que correspondem a 15,62% da cotação total do Grupo II. Na primeira fase de exame este Tema representava 28,13% da cotação total do Grupo II.

Ao “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” estão atribuídos, na segunda fase, 75 pontos, que correspondem a 46,87% da cotação total do Grupo II, quando na primeira fase, representava 28,13% da cotação do Grupo.

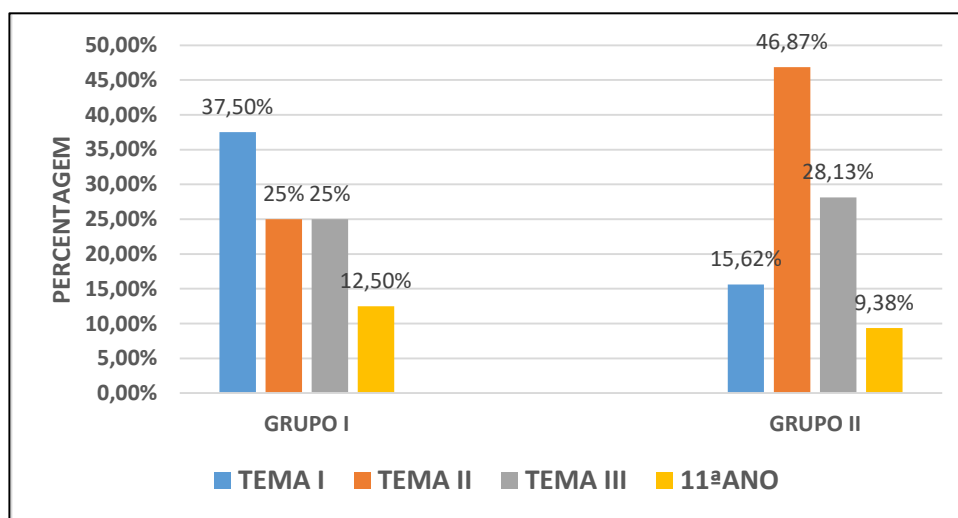
Ao “Tema III – Trigonometria e Números Complexos” são atribuídos 45 pontos, que correspondem aproximadamente a 28,13% da cotação total do Grupo II, enquanto na primeira fase representava 34,38% da cotação total do Grupo.

A restante pontuação do Grupo II é atribuída a um item com conteúdos do 11º ano, 15 pontos e 9,38% da cotação do Grupo II.

Tal como na análise do Grupo I, verificamos que, com exceção do item relativo a conteúdos do 11º ano, não existe identidade entre a primeira e segunda fase de exame, relativamente à ponderação de cada Tema nas respostas de desenvolvimento.



A distribuição dos Temas ficou distribuída da forma que podemos observar no gráfico seguinte.



**Gráfico 44.** Valorização por Temas abordados – 2014 – 2ª fase

Prosseguindo para a análise da complexidade do exame, determinamos o Índice SOLO da segunda fase de exame de 2014, de acordo com a fórmula proposta e verificamos que:

$$\text{Índice-SOLO} = 155 \times \frac{12(\text{índice da categoria multi-estrutural})}{200} + 25 \times \frac{16(\text{índice da categoria relacional})}{200} + 20 \times \frac{20(\text{índice da categoria abstrato})}{200} = 13,3$$

O Índice SOLO é, assim, substancialmente superior ao verificado na primeira fase de exame de 2014, o que resulta diretamente da estrutura de exame apresentada e do nível de dificuldade dos itens colocadas, bem como da sua ponderação na pontuação global.

Com base na informação disponível no site da Direção Geral de Educação, em [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt), observamos que a média nacional do exame de Matemática A de 2014 do 12º ano de escolaridade, na segunda fase, foi de 81 em 200 pontos, superior aos 79 pontos verificados na primeira fase, sendo que o grau de dificuldade constatado foi também superior.

Do exposto, decorrem as seguintes conclusões parcial:

- A descida da média final reflete tendencialmente o aumento de grau de dificuldade que se vem verificando nos exames, de forma consistente, desde 2011.
- A diferença de estrutura entre as duas fases de exame, em conjunto com as diferenças que vêm sendo observadas no período em análise, demonstram a necessidade de criar critérios

claros de elaboração das provas, que permitam manter os níveis de dificuldade comparativa entre as duas fases de exame do mesmo ano, para o que a aplicação da Taxonomia SOLO, conforme vimos a defender neste trabalho, pode ser um contributo relevante.

## **7.2 Análise longitudinal**

Definimos como objetivos da nossa análise perceber, dentro do período temporal delimitado, qual o comportamento da média nacional do 12º ano, qual o comportamento longitudinal do critério de presença dos diferentes Temas e de cada tipo de item de acordo com a categoria SOLO correspondente.

Com base nos elementos recolhidos pudemos já identificar o Índice SOLO de cada exame, de acordo com a fórmula proposta e qual o seu comportamento evolutivo e comparativo ao longo do período de análise, bem como o nível de exigência requerido em cada exame, de acordo com a categorização SOLO, em relação a cada conteúdo programático (por 12ºano os Temas I, II, III e 11ºano) e em cada tipo de item (por Grupos I e II).

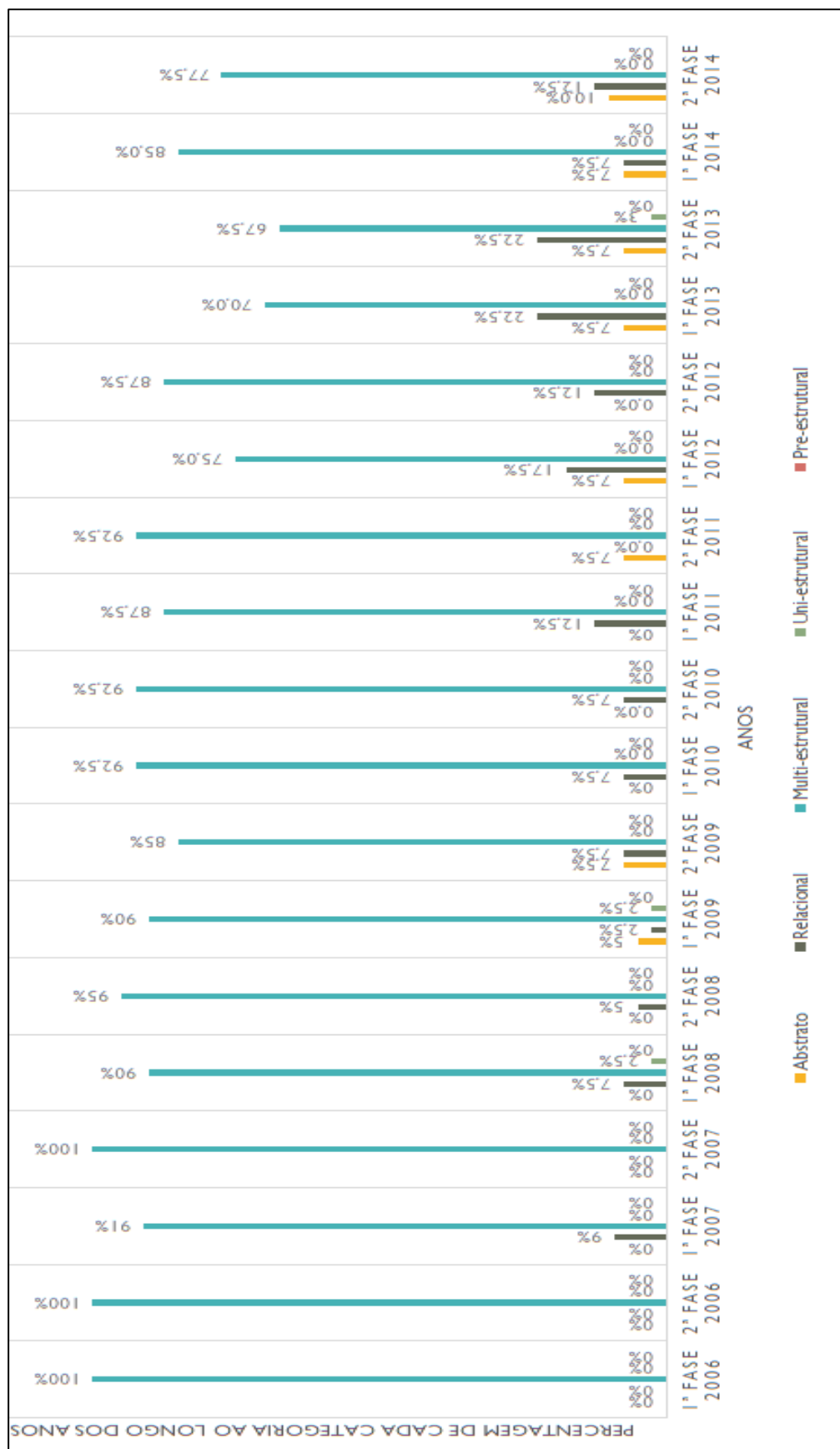
Por fim, pudemos observar algumas tendências ao nível do grau de exigência dos Temas propostos nos exames.

Analizados individualmente todos os exames realizados no período em análise neste trabalho, estamos agora em condições de realizar uma análise longitudinal dos dados recolhidos, de forma a obter uma imagem da evolução verificada, das tendências assinaláveis e das relações entre o momento da avaliação e os resultados obtidos.

O principal foco da nossa análise, tendo em conta o objeto deste trabalho, é tentar perceber a incidência de cada tipo de itens, tendo em conta a categorização SOLO, em cada exame, e a sua evolução progressiva, de forma a estabelecer uma conclusão, relacionando o grau de dificuldade verificado nos exames com os resultados obtidos.

Cumpre, no entanto, deixar claro que esta análise incide apenas numa das múltiplas vertentes a ser analisadas, para perceber o problema do ensino da matemática em toda a sua dimensão. Iniciamos, assim, pela apresentação gráfica da representatividade de cada tipo de item nos exames nacionais de Matemática A do 12º ano, ao longo do período de análise, entre 2006 e 2014.

Nesta análise foi tomada em consideração a percentagem da pontuação atribuída a cada tipo de item, de acordo com a categorização SOLO, em cada exame analisado.



**Gráfico 45.** Comportamento das categorias SOLO nos Exames durante o período de análise

Como observamos, todos os exames têm uma componente absolutamente decisiva de itens de categoria SOLO multi-estrutural.

Verificamos, no entanto, que apesar de este tipo de itens dominar todos os exames, durante o período de análise, é identificável uma tendência para a diminuição do seu peso relativo. De facto, os itens de categoria SOLO multi-estrutural representavam a totalidade dos itens colocadas nos exames de 2006, em ambas as fases. Mesmo na primeira fase de 2007, a presença de um item de categoria SOLO relacional tinha um peso relativo na pontuação muito marginal, repetindo-se na segunda fase um exame em que a totalidade dos itens era de categoria SOLO multi-estrutural.

Observando os dados relativos aos últimos dois anos, notamos que a relevância dos itens de categoria SOLO multi-estrutural na pontuação global dos exames é consideravelmente inferior, registando-se que, na segunda fase de 2013 representou apenas 67,5% da pontuação total.

Por outro lado, verificamos igualmente que a perda de representatividade da categoria SOLO multi-estrutural se deveu, invariavelmente ao aumento da representatividade dos itens de grau de dificuldade superior, isto é, de itens de categoria SOLO relacional ou abstrato,

De facto, os itens de categoria SOLO relacional passam de uma representatividade nula, em 2006, para 22,5% na segunda fase de 2013.

Os itens de categoria SOLO abstrato, por sua vez, passam a representar quase 10% da cotação global do exame em 2014.

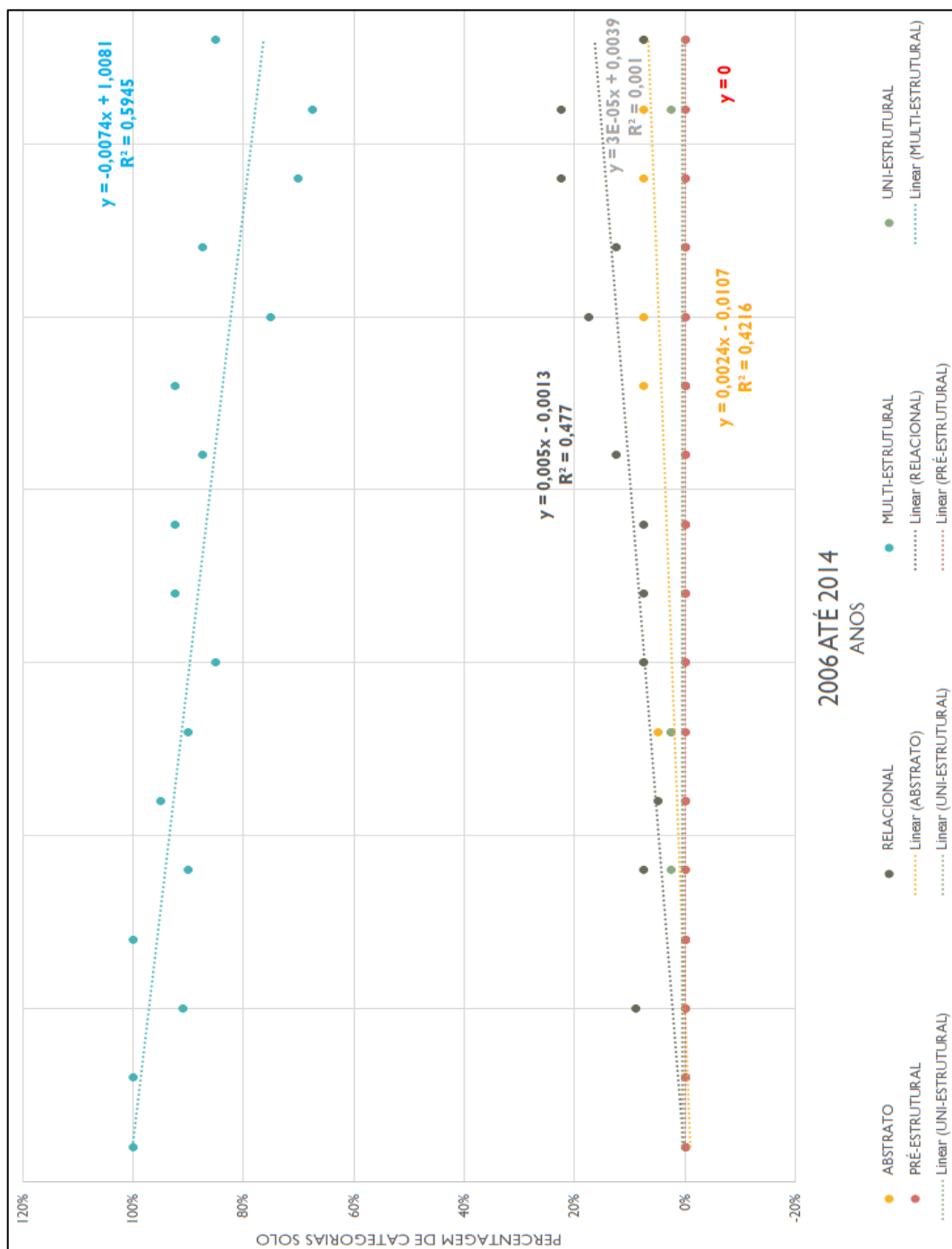
A primeira conclusão que retiramos é que a opção dos decisores do ensino de matemática se centrou num reforço da exigência dos exames nacionais, em prejuízo da opção verificada no início do período de análise, em que se priorizou a elaboração de exames de dificuldade média, com todos os itens ao nível SOLO multi-estrutural.

Isolando cada categoria SOLO podemos perceber a evolução da representatividade dos itens de cada categoria SOLO, ao longo das diversas fases de exame.



**Gráfico 46.** Representatividade das categorias SOLO nos Exames durante o período de análise

Através da representação em gráfico de dispersão, obtida do mesmo conjunto de informação, obtemos a reta de progressão linear seguinte:



**Gráfico 47.** Comportamento das categorias SOLO durante o período de análise e reta de regressão linear das categorias SOLO

A progressão da categoria SOLO multi-estrutural está representada numa reta linear onde se observa um declive negativo. Ao longo do tempo a percentagem desta categoria SOLO diminui nos itens presentes no exame de Matemática A do 12<sup>a</sup> ano. Numa análise de previsibilidade em que fossem estes os únicos fatores de ponderação, (que não são, como sabemos) teríamos como equação  $Y = -0,0074X + 1,0081$ , com um coeficiente de determinação  $R^2 = 0,5945$ , o que significa que uma variância de 59,45% de Y (categoria-SOLO) depende da variância do X (anos). Esta é uma análise em que a representatividade da categoria SOLO depende exclusivamente da opção verificada em cada ano e não do passar do tempo. No entanto, se considerarmos que também nas opções existe um fator de previsibilidade e baixa probabilidade de corte radical com a experiência recente, tendemos a considerar que este comportamento tende a manter-se ou, no limite, sendo invertido, será uma inflexão prolongada no tempo.

Por sua vez, na categoria SOLO relacional observamos que com o passar dos anos aumenta a presença desta categoria, tal como observamos na reta linear presente no gráfico elaborado a partir dos valores da categoria relacional que tem um declive positivo confirmando o já analisado anteriormente um aumento da presença desta categoria nos itens dos exames nacionais de Matemática A. Experimentando o mesmo exercício temos como equação  $Y = 0,005X - 0,0013$  sendo o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,477$ , ou seja 47,7% da variância do Y (categoria-SOLO), depende da variação do X (anos).

Na categoria SOLO abstrato observamos que a reta elaborada proveniente dos pontos da categoria abstrato presente no gráfico ao longo dos anos obtivemos uma reta com declive positivo o que representa e confirma mais uma vez o crescimento ao longo do tempo da presença desta categoria no exame nacional de Matemática A. Obtemos a equação linear  $Y = 0,0024 X - 0,0107$  sendo com coeficiente de determinação  $R^2 = 0,4216$  ou seja em 42,16% de variância de Y (categoria –SOLO) depende da variância do X (anos)

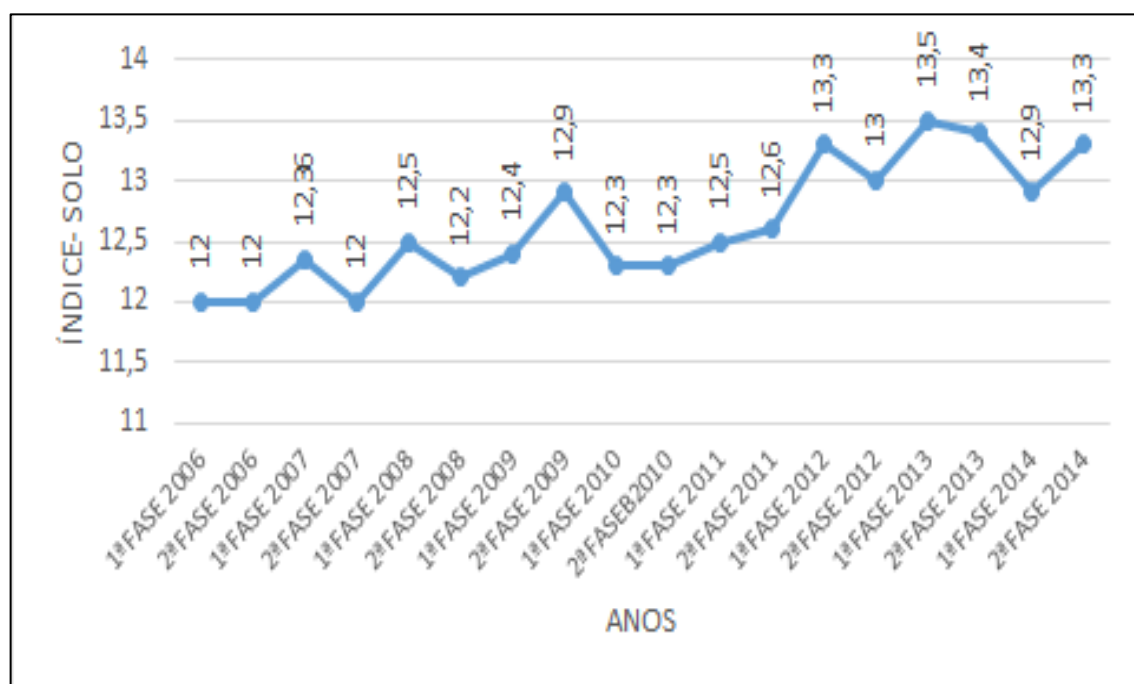
Na categoria SOLO uni-estrutural só aparece em três exames esta categoria com uma percentagem reduzida e na escolha múltipla apenas, em que a reta de regressão linear é  $Y = 0,00003 X + 0,0039$  e o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,001$ , sendo este coeficiente de determinação muito baixo não podemos estabelecer nenhuma relação das variáveis tempo e categoria SOLO.

Na categoria SOLO pré-estrutural não existe qualquer item com essa caracterização sendo  $Y = 0$ .

Conforme fomos verificando ao longo da análise individual, através da ponderação da representatividade de cada categoria SOLO nos exames nacionais pudemos elaborar uma fórmula para determinar o Índice SOLO de cada exame, que representa, numa escala de 0 a 20, o grau de dificuldade de cada exame.

Relacionando os dados obtidos relativamente ao Índice SOLO de cada exame, numa sequência temporal elaborámos um gráfico onde podemos interpretar o comportamento ao longo dos anos.

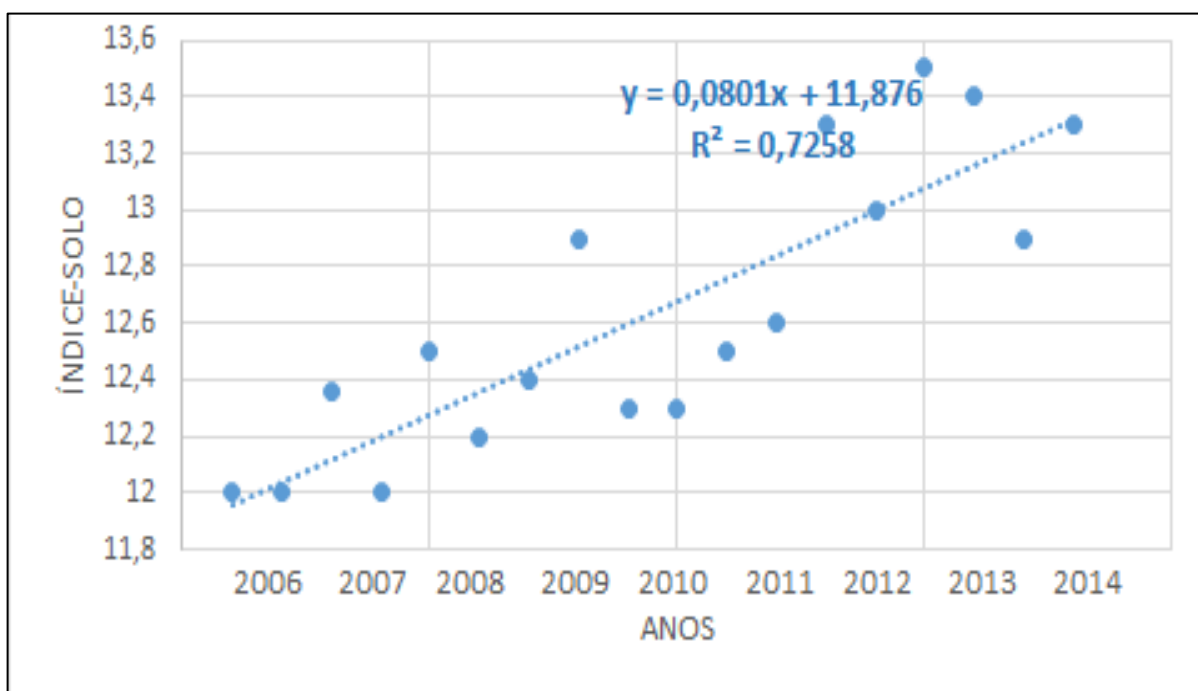
Ao analisarmos o gráfico concluímos que houve em crescimento da dificuldade do exame ao longo dos anos. Não sendo uma progressão constante, verificando-se, aliás, conforme constatámos na análise individual, oscilações significativas no grau de dificuldade verificada entre duas fases de exame do mesmo ano constante, percebemos que a tendência existe, começando no patamar mais baixo que foi possível identificar, logo no início do período de análise, em que o Índice SOLO coincidiu em absoluto com o Índice da categoria, 12 em 20 e um máximo atingido na primeira fase do ano de 2013, quando o Índice SOLO se cifrou em 13,5.



**Gráfico 48.** Comportamento do Índice SOLO que varia no intervalo [0,20] durante o período de análise



Com esta situação construímos uma nuvem de pontos que tem como variáveis os anos e o Índice-SOLO onde representamos e calculamos a reta linear  $Y = 0,0801 X + 11,876$  e o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,7258$ . Concluímos que existe uma relação entre os anos e o Índice-SOLO, ou seja, cerca de 72,58% da variância de Y (Índice-SOLO) é explicada pela variância de X.

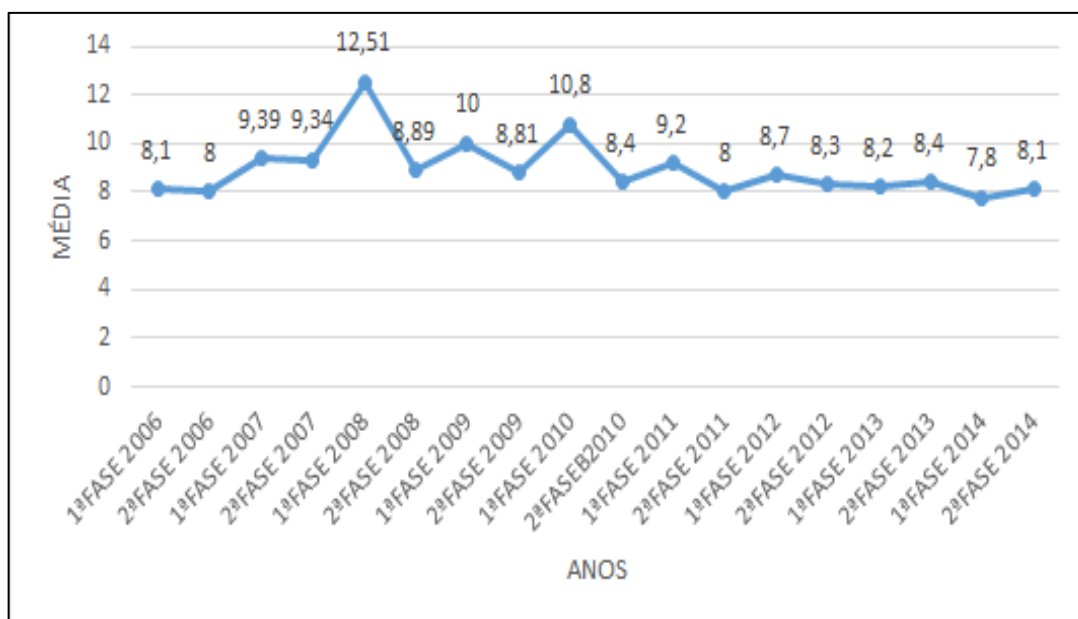


**Gráfico 49.** Comportamento do Índice-SOLO [0,20] durante o período de análise

Como visualizamos no gráfico, de acordo com o Índice-SOLO calculado, a reta tem um crescimento positivo ao longo dos anos ou seja a dificuldade vai aumentando.

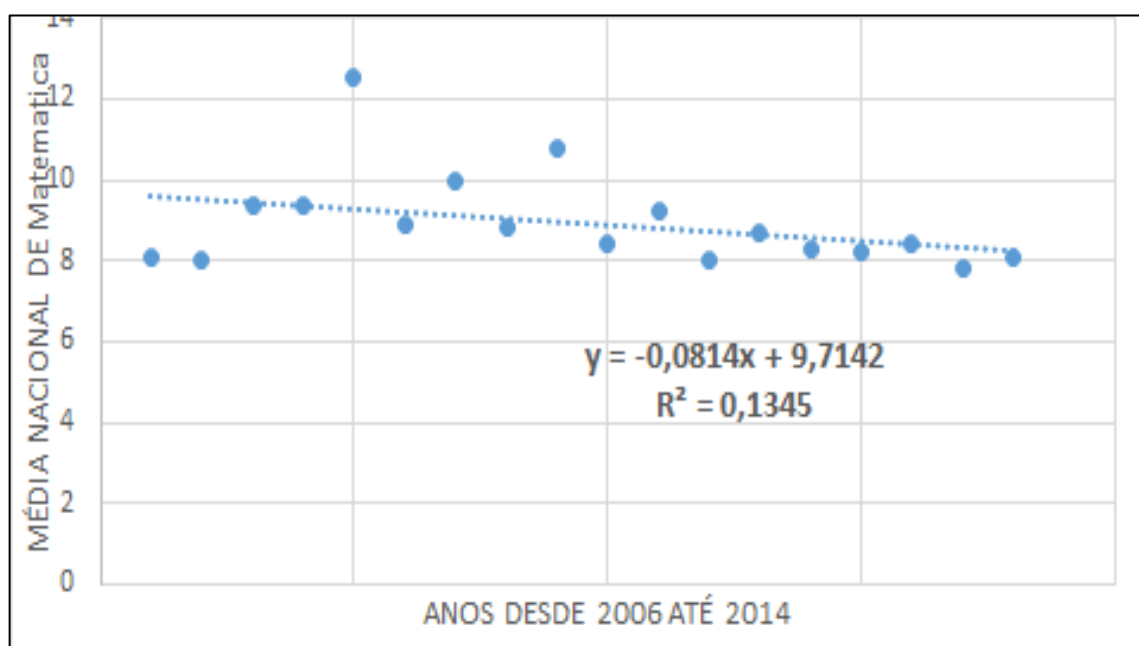
Analizada a progressão do grau de dificuldade dos exames cumpre analisar agora o comportamento da média nacional do exame de Matemática A desde 2006 até 2014, em ambas as fases, de acordo com os dados recolhidos na análise individual, de onde resulta que, no período de análise a média nacional mais elevada se verificou na primeira fase de 2008, onde foi atingida a média de 12,51, e a mais baixa se verificou na primeira fase de 2014, com 7,8.

A média nacional dos exames de Matemática A durante o período de análise, considerando a totalidade dos 18 exames realizados entre 2006 e 2014 é de 8,94.



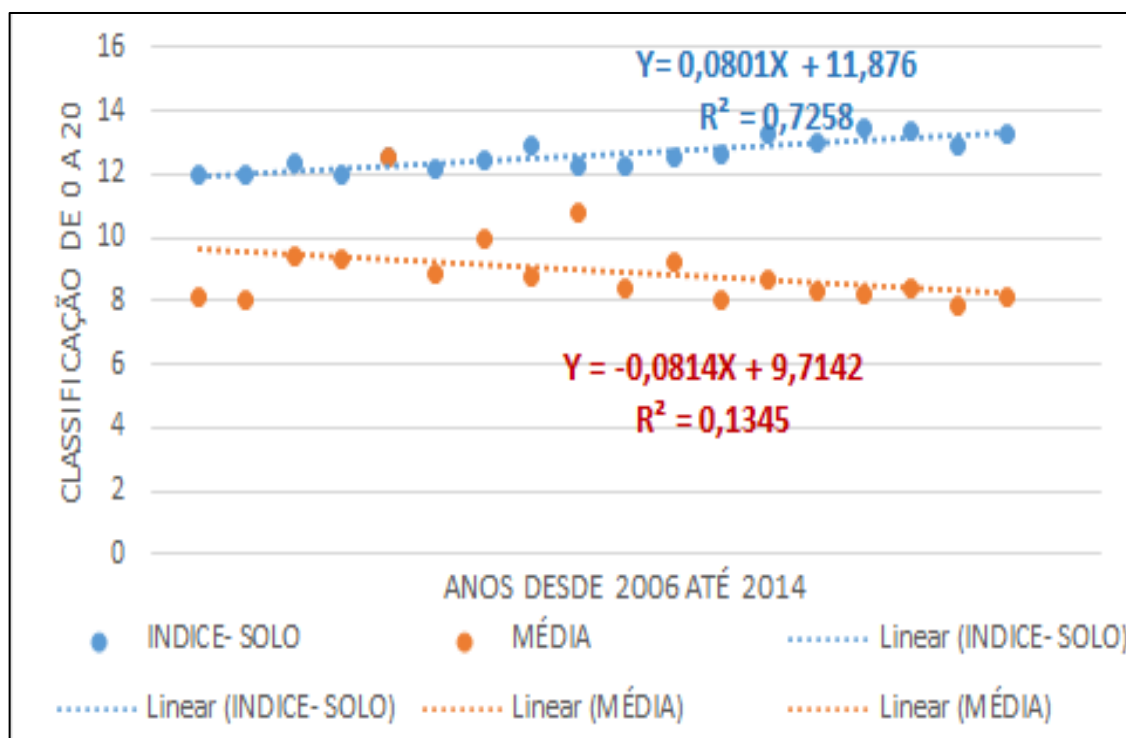
**Gráfico 50.** Média Nacional do Exame de Matemática A desde 2006 até 2014

Aplicando e utilizando o gráfico de nuvens de pontos em que as variáveis são os anos e a média nacional obtemos o gráfico seguinte onde obtemos a seguinte reta de regressão linear  $Y = -0,0814 X + 9,7142$  sendo o coeficiente de determinação  $R^2 = 0,1345$ , ou seja em 13,45% a variância do variável Y depende da variância da variável X, que é um valor muito baixo sendo uma dependência baixa.



**Gráfico 51.** Reta de regressão linear da Média dos Exames de Matemática A

Relacionando as duas variáveis, colocando num mesmo gráfico o comportamento do Índice-SOLO ao longo dos anos e da Média Nacional de Matemática A, no mesmo período, concluímos que a descida da média nacional de Matemática A desce na proporção do aumento da complexidade do exame, determinada pelo Índice SOLO.

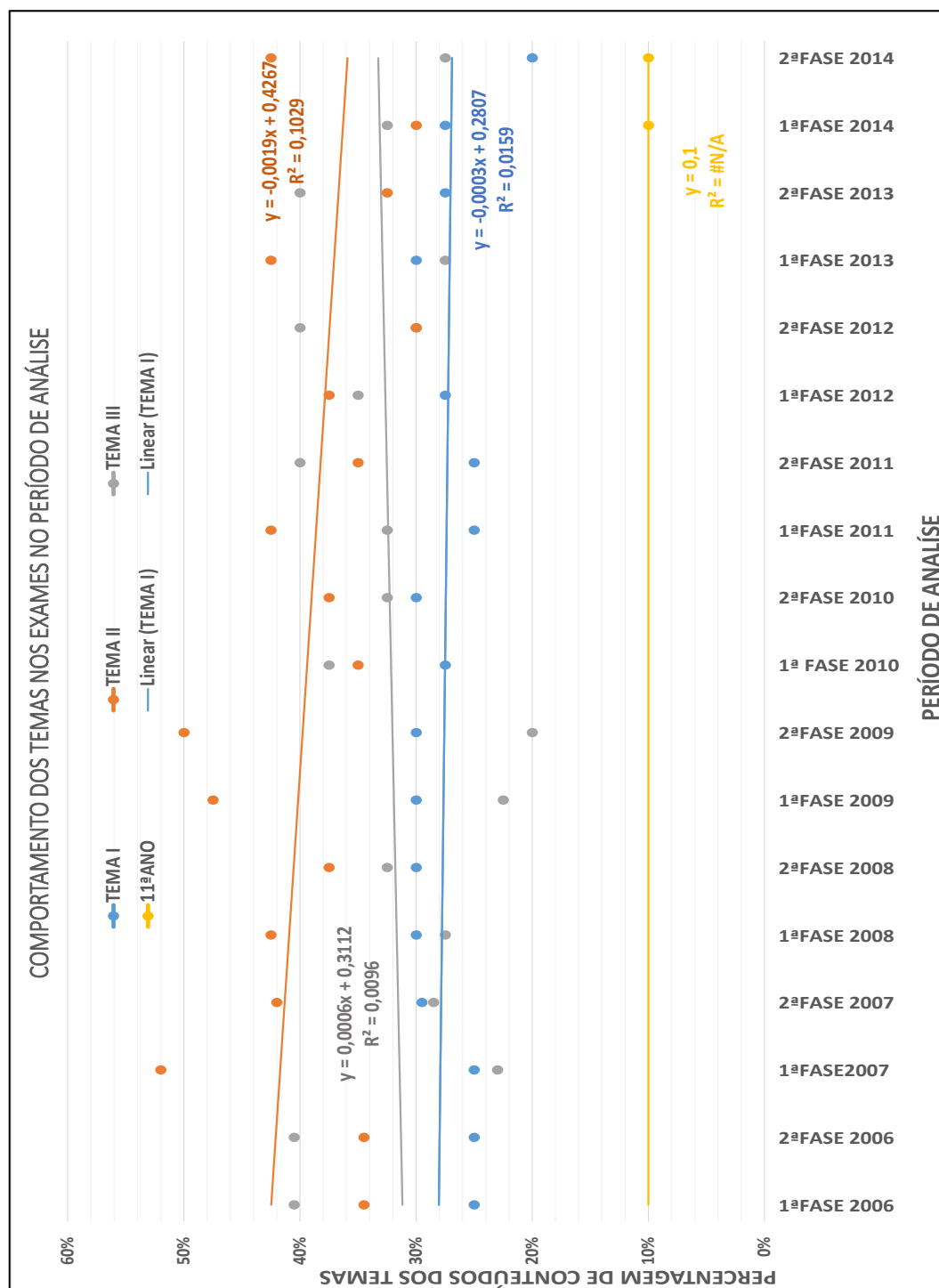


**Gráfico 52.** Relacionamento das variáveis Índice-SOLO e Média Nacional

Para percebermos se existe também uma relação da dominância dos Temas avaliados em cada exame com os resultados obtidos nos exames fizemos uma análise da progressão da relevância de cada Tema presente nos exames ao longo dos anos.

Observamos que é possível identificar uma ligeira diminuição da relevância do “Tema II – Introdução ao Cálculo Diferencial II” na cotação global dos exames e, em contrapartida uma ligeira subida do “Tema III – Trigonometria e Números Complexos”. A relevância do “Tema I – Probabilidades e Combinatório” manteve-se relativamente constante.

No último ano em 2014 introduziu-se o conteúdo programático do 11º ano, sendo constante nos dois exames aplicados.



**Gráfico 53.** Comportamento dos Temas nos exames durante o período de análise

O Tema I tem uma reta de regressão linear  $Y = -0,0003X + 0,2807$  sendo coeficiente de determinação  $R^2 = 0,0159$ , onde verificamos que o declive é positivo mas quase nulo.

O Tema II tem uma reta de regressão linear  $Y = -0,0019X + 0,4267$  e coeficiente de determinação  $R^2 = 0,1029$ , onde verificamos sendo que há um decréscimo mas muito ligeiro,

pois como verificamos também o coeficiente de determinação é baixo, ou seja, só em 10,29% da variância de Y (Tema) depende da variância do X (anos).

O Tema III tem uma reta de regressão linear  $Y = 0,0006X + 0,3112$  e coeficiente de determinação  $R^2 = 0,0096$  demonstra um crescimento muito subtil com o coeficiente de determinação também muito baixo.

Em todos os casos, o coeficiente de determinação é muito baixo o que permite concluir que a relação que existe entre as variâncias de Y e X é muito muito baixa, quase nula.

Os conteúdos do 11º ano são constantes e só estão presentes no último ano de análise. A sua presença nos dois exames é constante, tendo assim uma reta  $Y = 0,1$ .

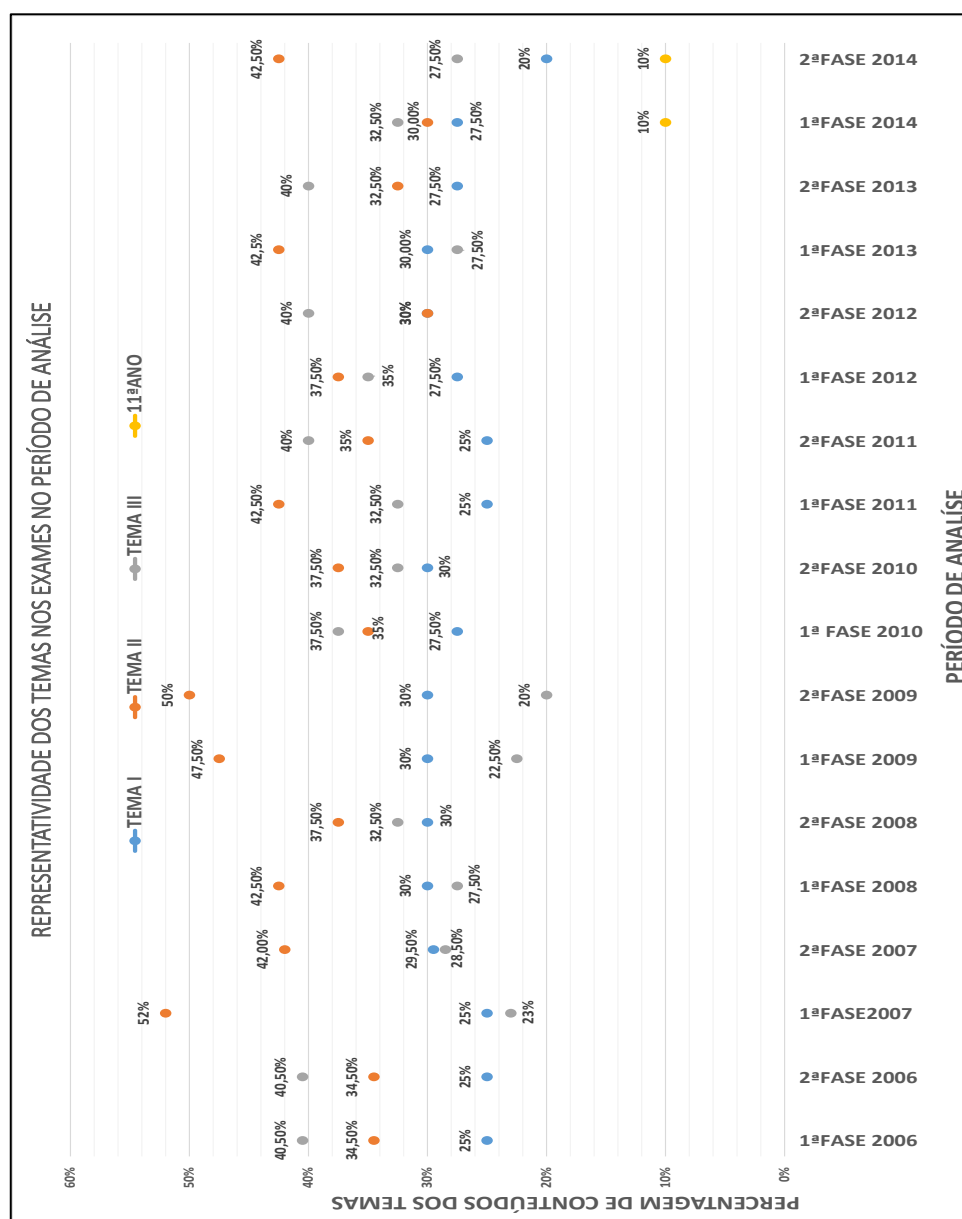


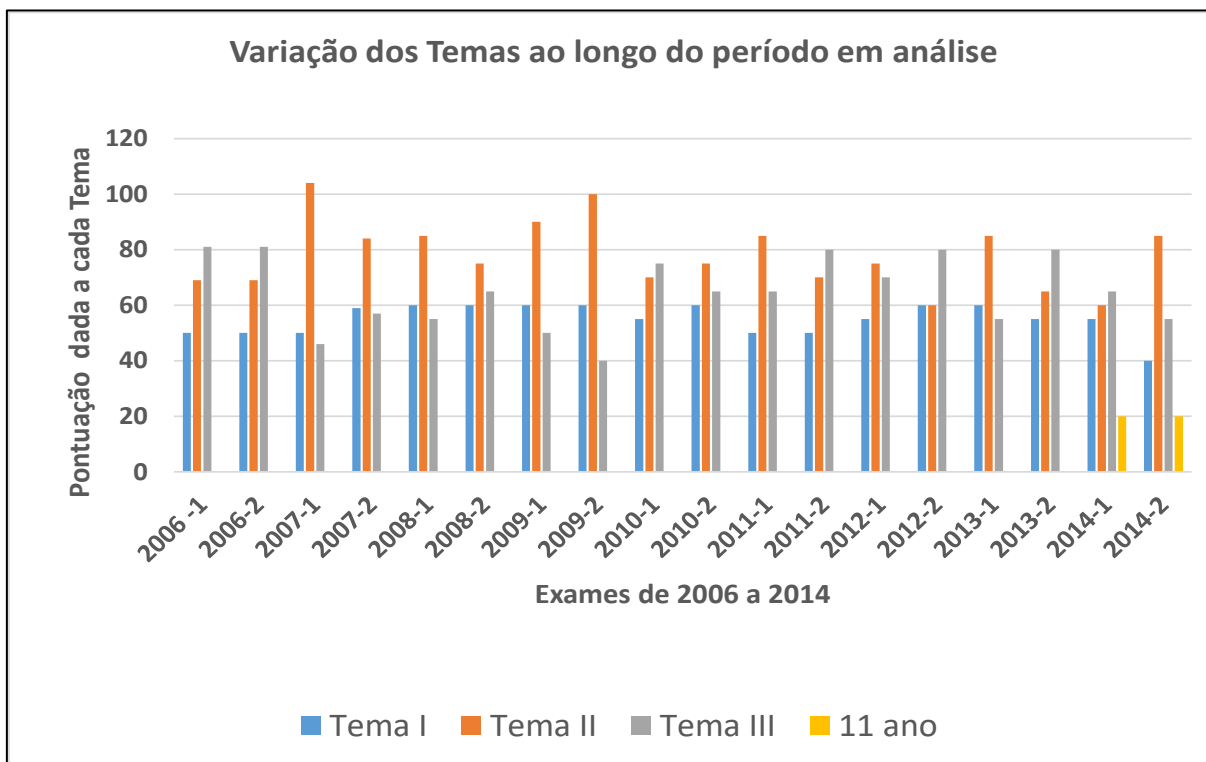
Gráfico 54. Representatividade dos Temas nos exames durante o período de análise

Da análise do gráfico acima percebemos que o Tema I atinge um máximo de 30% em diversos exames e um mínimo de 20% no exame da segunda fase de 2014, tendo uma média de 28%.

O Tema II atinge um máximo de 52% na primeira fase de 2008 e um mínimo em 25% na primeira fase de 2013, tendo uma média de presença nos exames de 38,47%.

O Tema III tem o máximo de 40% em diversos exames e um mínimo de 20% na segunda fase de 2009, com uma média de 32,78%.

Em função desta dispersão quase casual e da diminuta variação em termos médios, tendemos a concluir que a relevância de cada Tema nos diversos exames não tem influência direta na média obtida em cada exame nacional, pese embora isso possa ser determinante em termos individuais.



**Gráfico 55.** Variações dos Temas ao longo do período em análise dos exames nacionais de matemática A

## 8 Conclusões

Este trabalho incide sobre a qualidade da avaliação, através da aplicação de uma metodologia que nos permite quantificar o grau de dificuldade dos itens colocadas em cada exame e, em consequência, o Índice SOLO desse exame, independentemente do desempenho ou qualificação do aluno, analisamos 337 itens colocados nos 18 exames de Matemática A 12º ano, que é um exame de final de ciclo o Secundário.

A presença do Tema I ao longo do período de análise mante-se constante, figurando com uma elevada presença o Tema II e o Tema III, porém Tema II evidencia-se pois dos 18 exames em 11 é superior, o Tema III é superior em 7 exames. Observamos que até 2009 existe uma grande desigualdade na frequência dos Temas, com exceção no exame de 2008 2º fase, a partir 2010 tende a um equilíbrio dos diversos Temas apesar de sobressair o Tema II e Tema III, verificando-se em 2014 2º fase uma desigualdade enorme.

Tal como viemos a constatar na nossa pesquisa, identificámos uma tendência de gradual aumento da complexidade dos exames nacionais de Matemática A do 12º ano a partir de 2011/2012, bem como uma diminuição, na mesma proporção, das médias finais obtidas nos exames. Sem surpresa, portanto, considerando que as tendências nas políticas educativas são transversais, verificámos que a tendência de descida da retenção que se tinha vindo a verificar desde 2006, se inverteu a partir de 2011 e aumentou até ao final do período considerado na nossa análise, conforme dados disponibilizados pelo Ministério da Educação, in [www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt).

Com os dados obtidos, consideramos que a aplicação do método de análise da qualidade da avaliação através da Taxonomia SOLO com a introdução de um Índice SOLO para categorizar os exames é válido, mensurável e comparável, uma vez que permite obter dados coerentes e verificáveis, servindo como instrumento para que possam ser retiradas conclusões importantes que contribuam com mais uma relevante perspetiva para o debate em torno do ensino da matemática.

Com base na aplicação do método proposto, concluímos que o grau de dificuldade dos exames aumentou.

Concluímos também que esse aumento se verificou essencialmente pela diminuição dos itens de categorização SOLO multi-estrutural, que no início do período representavam 100% dos exames analisados, e pelo aumento dos itens de categorização SOLO relacional e abstrato.

Concluimos que, numa relação que entendemos ser de causa-efeito, a média nacional de Matemática A desceu na mesma progressão linear que o grau de dificuldade dos exames aumentou.

Estas conclusões permitem-nos introduzir dados novos na reflexão, de cariz qualitativo, permitindo diminuir a influência que os dados quantitativos assumem em toda as análises sobre os resultados dos exames e sobre a avaliação, ano após ano.

Tal como dissemos na introdução deste trabalho, todas as discussões, estudos debates e análises que se façam sobre o ensino da matemática têm como único objetivo obter propostas que permitam definir uma estratégia que promova o sucesso da disciplina.

Nesta perspetiva, todos os contributos são meritórios e este trabalho pretende ser apenas mais um, que não pode ser considerado de forma isolada, mas sim numa política integrada e global, que reúna todas as perspetivas.

Uma disciplina como a matemática, com o peso histórico do insucesso que carrega, não será atrativa para nenhum aluno, enquanto for sinónimo de potencial fracasso académico.

Sabemos que existem alunos com disponibilidade intelectual para se dedicarem ao estudo da matemática e para prosseguir estudos em áreas tecnológicas e científicas.

No entanto, temos também a certeza que muitos não estarão disponíveis para hipotecar uma parte importante das suas vidas académicas num percurso que pode ser barrado por uma disciplina tida como um obstáculo onde apenas uma franja marginal da população escolar tem resultados positivos.

Todas as reflexões que se façam em torno da matemática serão infrutíferas se o aluno não vir uma hipótese aceitável de sucesso.

Verificamos que, no período em análise, essa hipótese aceitável não existiu. Excluindo um fenómeno atípico que não tornou a repetir-se, concluimos que o melhor resultado alcançado foi apenas marginalmente positivo, o que não é um cenário aceitável para quem faça depender as suas escolhas da hipótese de sucesso.

Conforme verificámos, o aumento do grau de dificuldade verificou-se por conta da introdução de mais itens de classificação SOLO relacional e abstrato.

Piaget, Biggs e Collis demonstraram-nos que existem níveis distintos de complexidade no entendimento do aluno.

O caminho da excelência por via da exigência, é um objetivo compreensível. Disso depende o progresso.



No entanto, entendemos que o progresso se faz também com outras competências, com a ambição, com o gosto por aprender e com a disponibilidade e vontade de progredir de cada aluno.

Não quer isto dizer que defendamos qualquer estratégia de facilitismo para captar os alunos para a matemática.

Aquilo que conseguimos perceber, na análise que efetuámos, foi uma tendência para aceitar que existem dois tipos de alunos – os que sabem matemática e os que não sabem. E sobre essa premissa, desistiu-se dos segundos e estabeleceu-se uma opção de avaliação para diferenciar aqueles que, de entre o primeiro grupo, evidenciavam capacidades superiores à média.

Isto é, traçou-se o nível multi-estrutural como o mínimo aceitável para um exame nacional de 12º ano e, a partir desse nível, colocaram-se itens de nível relacional e abstrato que pudessem funcionar como o “*divisor das águas*”, entre os que ultrapassam o obstáculo e os que alcançam resultados que permitam prosseguir carreiras académicas dependentes da matemática.

A verdade é que o sistema de ensino ainda não consegue preparar os alunos para o nível mínimo que foi estabelecido, numa relação antagónica entre quem não quer e quem não consegue que queira.

Há uma desistência mútua inaceitável, justificada pela indiferença com que se aceitam décadas de resultados negativos.

Por outro lado, entendemos que as carreiras científicas e tecnológicas oferecem hoje uma série de recursos que substituem a necessidade de conhecimento direto.

Não queremos com isto dizer que o caminho seja baixar a fasquia da exigência. O domínio da matemática, ao nível abstrato, continuará a ser sempre uma competência necessária para que essas ferramentas existam. No entanto, isso não significa que o caminho da carreira tecnológica ou científica não seja uma opção para um aluno que não atinja esse grau de abstração.

Percorrido este caminho, entendemos que parte da revolução necessária no ensino da matemática passa por um sistema de avaliação adaptado às exigências de cada carreira. Um sistema de avaliação que não avalie todos pela mesma bitola, mas que permita compreender as concretas competências do aluno para uma determinada e pré-estabelecida carreira que depende da matemática.

Nesta perspetiva, impor-se-ia um sistema de avaliação abrangente, coordenando as competências adquiridas com as competências exigidas para um caminho académico concreto.

Em termos práticos, seria de considerar um sistema de ensino e avaliação da matemática que não avalie na mesma prova candidatos a engenharia aeroespacial e candidatos a economia, gestão ou medicina. As competências requeridas são diferentes, assim como deve ser diferente o percurso e a avaliação, enquanto critério de seleção que nunca deixará de ser.

Concluindo este percurso, entendemos que é possível vir a avaliar os nossos alunos com base num exame de matriz essencialmente baseada em itens de categoria SOLO relacional e abstrato, se os conteúdos estiverem concretamente determinados e direcionados para um objetivo específico e alcançável, que o aluno identifica como útil para o seu futuro.

Isto é, uma estruturação do ensino de matemática que permita ao aluno, desde cedo, não só responder à pergunta “*Mas para que é que isto me serve?*”, como também reconhecer que a matemática é o caminho e não o obstáculo para o seu sucesso.

## Bibliografia

- Afonso, Almerindo J. (1998) *Políticas educativas e avaliação educacional*. Braga: Universidade do Minho
- Amantes, Amanda & Borges, Oto (2004) *O uso da Taxonomia SOLO como ferramenta metodológica na pesquisa Educacional*”, Brasil: Universidade Federal de Minas Gerais
- Associação de Professores de Matemática (1998) *Matemática 2001. Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*, Lisboa: APM
- Associação de Professores de Matemática (1998) *Renovação do Currículo de Matemática*, Lisboa: APM
- Associação de Professores de Matemática (1998) *Relatório do Projecto Matemática 2001*, Lisboa: APM
- Bartolomeis, F. (1999). *Avaliação e Orientação – objectivos, instrumentos, métodos*. Lisboa: Livros Horizonte, Lda.
- Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1982) *Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy*, Academic Press
- Biggs, J. (1987) *Student approaches to learning and studying. Research Monograph*, Canberra: Newcastle Univ. (Australia)
- Biggs, J. (1992) *Modes of learning, forms of knowing, and ways of schooling*, in Neo-Piagetian Theories of Cognitive Development: Implications and Applications for Education, New York: Routledge
- Biggs, J. (1995) *Assessing for learning: Some dimensions underlying new approaches to educational assessment.*, Alberta: The Alberta Journal of Educational Research, 41(1), 1-17.
- Carvalho, et al. (2002) *Matemática A- 12º Ano*, Ministerio da Educação, Departamento de Ensino Secundário
- Catalán, M. A. Rebollo (1993) *Modelos de Evaluación: concepto y tipos*, In Colas Bravo, P. & Rebollo Catalan, M. (1993). *Evaluación de programas*. Sevilla: Ed. Kronos
- Ceia & Duarte (2002) “*Os exames e a taxonomia SOLO.*”, Comunicação apresentada no XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática, Aveiro
- Ceia, M. (2002) *A taxonomia SOLO e os níveis de Van Hiele*, Comunicação apresentada no XI Encontro de Investigação em Educação Matemática, Coimbra
- Ceia, M. (2010) “*100515SOLOExames*” (Artigo), Aveiro: SIEM
- Ceia, M. (2011) “*PosterAnalExaQuestPubl*” (Poster), Polónia: CERME7

- Ceia, M. (2011b) “110507ExamesÁlgebra” (Artigo), Póvoa de Varzim: EIEM
- Ceia, M. (2011c) “SO\_Ceia. PME35”, Turquia
- Ceia, M. (2018) *Avaliação do Conhecimento Matemático: Um estudo sobre exames*, Portalegre: Escola Superior de Educação – Instituto Politécnico de Portalegre
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992) *Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Org.), Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan
- CNEB (2001) *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências essenciais*, Lisboa: Ministério de Educação
- Conselho Nacional de Educação (2007) *Relatório INSISTE – Indicadores do Sistema Educativo, 1986-2006*, Lisboa: CNE
- Conselho Nacional de Educação (2014) *Estado da Educação 2014*, Lisboa: CNE
- Conselho Nacional de Educação (2015) *Pareceres 2015 - Relatório Técnico sobre Retenção nos Ensinos Básico e Secundário*, Lisboa: CNE
- Conselho Nacional de Educação (2016) *O Estado da Educação 2016*, Lisboa: CNE
- Crowley, M. L. (1987) *The van Hiele model of the development of geometric Thought. In M. M. Lindquist (Org.), Learning and teaching geometry, k-12 (1987 Yearbook)* Reston, VA: NCTM
- Crowley, M. L. (1990) *Criterion-referenced reliability indices associated with the van Hiele geometry test. Journal for Research in Mathematics Education*
- DEB – ME. (2000) “*Programa de Matemática. Ensino secundário*”, Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda,
- Demetriou, M. Shayer, & A. Efklides (...), *Neo-piagetian theories of cognitive development*, London: Routledge
- Direcção Geral dos Ensino Básico e Secundário (1991) *Organização curricular e programas do Ensino Básico – 3º ciclo*, Lisboa: ME
- DGIDC (2006) *Plano de acção para a Matemática.*”, Lisboa: ME
- Dias, P. (2005) *Avaliação reguladora no ensino secundário. Processos usados pelos alunos em investigações matemática (Tese de mestrado, universidade de lisboa)*, Lisboa: APM
- Eurydice – Agência de Execução relativa à Educação, ao Audiovisual e à Cultura, (2009) *Exames nacionais de alunos na Europa: objectivos, organização e utilização dos resultados*, Lisboa: Eurydice

Fernandes, Margarida R. (1998) *A mudança de paradigma na avaliação educacional*, In Educação. Sociedade & Culturas n.º9, Porto: Edições Afrontamento

Fernandes, D. (2005) *Avaliação das aprendizagens: desafios às teorias, práticas e políticas*. Cacém: Texto Editores

Filipe, Maria Adelaide Esteves Rala (2011) *A Taxonomia SOLO nos Exames Nacionais de Matemática – 9º Ano* (Dissertação para mestrado), Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (Orgs.) (1984) *Selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre van Hiele*. New York, NY: Brooklyn College, CUNY

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988) *The Van Hiele model of thinking in geometry among adolescents* Reston, VA: NCTM

Gaspar, Ilídio José Pereira Paias (2013) *Análise Quantitativa Longitudinal do Desempenho dos Alunos do Ensino Secundário (2006-2011)* (Dissertação para mestrado), Lisboa: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Graça M. (1995) *Avaliação da resolução de problemas* (Tese de mestrado. Universidade de Lisboa). Lisboa: APM

Hattie, J. A. C., & Brown, G. T. L. (2004) *The Solo taxonomy*. Auckland: University of Auckland/Ministry of Education

Kulm, G. (Ed). (1990) *Assessing higher order thinking in mathematics*, American Association for the Advancement of Science Press

Leite, Manuel António Leite (2004) *Do dizer ao Fazer – Um olhar sobre a avaliação dos alunos a partir dos conselhos de professores* (Dissertação), Porto: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade do Porto

Loureiro, Cristina et al. (1998), *Geometria : Matemática -11-ºano de escolaridade* Lisboa: Ministério de Educação

Loureiro, Cristina et al. (2000) *Trigonometria e Números Complexos*, Lisboa: Ministério de Educação

Martins, Maria Eugénia Graça Martins et al. (1999) *Probabilidade e Combinatória: matemática - 12-º ano de escolaridade*, Lisboa: Ministério de Educação,

Martins, M. P. (1996) *A avaliação das aprendizagens em Matemática* (Tese de mestrado. Universidade Católica Portuguesa), Lisboa, APM

Menezes, L.; Santos. (2008) *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios*, Viseu, SPCE

- NCTM. (2007) *Princípios e normas para a matemática escolar*, Lisboa, APM
- Ministério da Educação e Ciência (2013) *Programa e metas curriculares Matemática A – Ensino Secundário*, Lisboa, ME
- Natriello, G. (1987). *The Impact of Evaluation Processes on Students. Educational Psychologist*
- Nunes, C. (2004) *A avaliação como regulação do processo de ensino – aprendizagem da Matemática*”(Tese de mestrado). Lisboa: Universidade de Lisboa
- Pacheco, J. (1994) *A Avaliação dos Alunos na Perspectiva da Reforma*. Porto: Porto Editora
- Pinto, J. & Santos, L. (2006) *Modelos de avaliação das aprendizagens* Lisboa, Universidade Aberta
- Pinto, J. (2002) *A Avaliação Formal no 1º ciclo do Ensino Básico: uma construção social*. (Tese de Doutoramento) Braga: Instituto de Estudos da Criança. Universidade do Minho
- Ponte, J. (2002) *O ensino da Matemática em Portugal: Uma Prioridade Educativa?* Seminário “O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas. Lisboa
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, Santos, L. (2002) *Auto-avaliação regulada. Avaliação das aprendizagens*, Lisboa, Ministério da Educação
- Queiroz, Dalva Maria de, (2010), *A Avaliação como acompanhamento sistémico da aprendizagem - Uma experiência de investigação - ação colaborativa no Ensino Fundamental* (Tese De Doutoramento Em Ciências Da Educação), Coimbra: Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação
- Ribeiro, L. (1991). *Avaliação da Aprendizagem*, Porto: Texto Editora
- Rodrigues, Pedro. (1994) *As três “lógicas” da avaliação de dispositivos educativos*. in *Estrela, Albano & Rodrigues, Pedro (Coord.). Para uma fundamentação da avaliação em educação*. Lisboa: Edições Colibri
- Santos, L. (2002) *Auto-avaliação regulada. Avaliação das aprendizagens*, Lisboa, Ministério da Educação
- Santos, L. & Dias, S. (2006) *Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores?* Actas do ProfMat2006, Lisboa, APM
- Santos & Domingos (2013) *A complexidade do raciocínio matemático e a qualidade das aprendizagens: a bifurcação proceptual*

Santos, L. & Pinto, J. (2003) “*O que pensam os alunos sobre a avaliação?*” Educação e Matemática

Schoenfeld, A. H. (2008). *Problem Solving in The United States, 1970-2008: Research and Theory, Practice and Politics*. In G. Törner, A. H. Schoenfeld, & K. Reiss (Eds.), *Problem solving around the world – Summing up the state of the art*. Special issue of the Zentralblatt für Didaktik der Mathematik: Issue 1, 2008

Stufflebeam, Daniel L., Shinkfield, Anthony J. & Kluwer-Nijhoff (1985) *Systematic Evaluation: A Self-Instructional Guide to Theory and Practice*

Stufflebeam, Daniel L. (1967). *The use and abuse of evaluation in Title III. Theory Into Practice*

Teixeira, Paula et al. (1999) *Funções Matemática*, 12<sup>a</sup> ano de escolaridade, Ministério de Educação, DSE

Tyler, Ralph W. (1949) *Basic Principles of Curriculum and Instruction*, Chicago: The University of Chicago

### **Sites consultados**

[www.cne.pt](http://www.cne.pt)

[www.iave.pt](http://www.iave.pt)

[www.dge.mec.pt](http://www.dge.mec.pt)

[www.apm.pt](http://www.apm.pt)